

SYE6043 Quiz 初学者复习讲义

2026 年 10 月 2 日更新。这份讲义写给刚接触质量工程的同学，内容只覆盖前四周。思路很简单：先搞清楚生产过程为什么会波动，再学怎么用控制图发现异常，最后学怎么判断产品能不能满足规格。计算题的答案都用脚本复算过，但这是我们自己做的解答，不是老师发的标准答案。

阅读范围与安排

Quiz 日期是 2026 年 10 月 2 日（按大纲计划），依据是课程大纲第 2 页教学表 Week 5 那一行写的“2 Oct / Quiz”。上课时间照常是周五 19:00–22:00，地点 AC2-2510。考多久、什么题型、怎么计分、能带什么，目前都还没有确认。

复习范围按 Week 1–4 来，这是用户补充的信息，对照大纲教学表如下。注意这里说的是课件编号，不是教材第 1–4 章。

教学周	大纲日期	内容	对应课件
Week 1	2026-09-04	Introduction to Quality 质量基础	L1
Week 2	2026-09-11	Applied Statistics & Probability 统计与概率	L2
Week 3	2026-09-18	Variable Control Charts 变量控制图	L3
Week 4	2026-09-25	Process Capability 过程能力	L4

讲义收了这四份课件的全部例题和练习、Tutorial 第 1–2 页的 9 道题，以及 Assignment 1 里对应这四周的 Q1–4。后面几周的内容没放进来。

时间只够一晚的话，建议顺序是：第 1 章术语 → 第 2 章统计和概率 → 第 3 章控制图 → 第 4 章过程能力 → 第 6 章 Tutorial → 第 8 章自测。实在来不及，就先把 Tutorial 的 Ex 1.2、Ex 1.3、Ex 2.1–2.2、Question 1.1 和 Question 2.2 做熟。

原始资料和页码约定

下文的页码都是 PDF 的第几页，不是教材页码。课件文件编号和教材章号也对不上，别搞混。

- L1: 1 Introduction, 22 页；大纲对应教材 Chapters 1–4。
- L2: 2 Statistics and probability, 19 页；大纲对应教材 Chapters 5、8。
- L3: 3 Variable chart, 19 页；大纲对应教材 Chapter 6。
- L4: 4 Process capability, 11 页；大纲对应教材 Chapter 6。
- T: Tutorial, 5 页。
- A1: Assignment A1, 3 页。

1 质量工程从零开始

1.1 什么是质量

质量 Quality 不只是“东西没坏”。L1 第 1 页给了三种说法：符合规格 Conformance to specifications，适合使用 Fitness for use，以及产品偏离目标给社会带来的损失。传统思路只问“在不在允许范围里”，Taguchi 会多问一句：“合格是合格了，离目标还差多少？”课件里的 Performance / Expectations 只是帮你理解这个概念，不是

拿来套数的公式。

举个例子：一个标称 10 mm 的零件允许 9.9–10.1 mm，做成 10.09 mm 算合格。可如果 10.00 mm 装起来最顺，那越接近 10.00 损失就越小。本周只要能看懂 L1 的损失图，理解“偏离目标就有损失”就够了。

1.2 质量维度和基本术语

L1 第 2 页列了九个维度，按课件记就行：Performance 核心功能，Feature 附加功能，Conformance 符合规格，Reliability 随时间保持功能，Durability 使用寿命，Service 维修和投诉处理，Response 人际服务回应，Aesthetics 外观感受，Reputation 声誉。有的教材说“八维度”，本课多了一个 Response，别漏。

USL 是允许的最大值，LSL 是允许的最小值。规格写成“ 2.50 ± 0.05 ”，意思是 LSL=2.45、USL=2.55，规格宽度是 0.10，不是 0.05。Nonconforming unit 指不合格的一整件产品；Nonconformity 指单个缺陷，一件产品身上可以有好几个。Defective 一般指已经影响使用的严重问题。Inspection 是检查评价这件事本身，Testing 是具体的测试方法。来源：L1 第 3 页。

QC 是达到、维持和改善质量的所有活动。SQC 是用统计方法做 QC，包括 SPC 和验收抽样。SPC 盯的是过程随时间的变化；Acceptance sampling 是抽一部分来决定整批收还是退。TQM 是整个组织一起管质量，不是丢给检验部门就完事。Reliability 关心产品在一段时间里能不能一直正常工作，DoE 是有计划地做实验，找出哪些因素影响最大。来源：L1 第 2、21 页。

1.3 管理知识也要会解释

质量管理的发展顺序是：操作者控制 → 工长控制 → 检验控制 → 统计质量控制 → 全面质量管理 → Six Sigma。人名可以这样对应：Shewhart 发明控制图，Deming 推统计质量思想，Juran 讲适用性，Taguchi 讲偏离目标的损失。课件上的年份当作记忆线索就好，不太可能出计算。来源：L1 第 4 页。

质量是每个部门的事：营销弄清客户要什么，设计把需求变成规格，采购管好材料，工艺和生产把质量做进产品里，检验报告合不合格，包装仓储别把东西弄坏，售后保证用户能正常用。光靠检验，救不了一个本身就差的过程。来源：L1 第 5–6 页。

Lean 精益的核心是减少不增值的活动。七种浪费：过量生产、等待、运输、缺陷、库存、动作、过度加工。One-piece flow 单件流是让产品一件件往下走，避免大批堆着等；JIT 是需要的时候刚好送来需要的数量。“少库存”不等于连安全库存都砍掉。来源：L1 第 6–7 页。

TQM 有六个基本概念：管理层长期支持，以内外客户为中心，全员参与，持续改善，和供应商做伙伴，建立绩效测量。落地的时候，一般先搞清客户需求、培训员工、和供应商一起改进，再用缺陷率、准时交付率这类指标看效果。来源：L1 第 8–11 页。

L1 第 11 页提到要看教材里的 Deming 14 points。用大白话记：定下长期改进的目标；接受新的质量理念；少靠最终检验；采购看总成本、维护供应商关系；不断改进系统；在岗培训；领导要帮员工把活干好；消除恐惧；打破部门墙；别喊空口号；别只靠数量指标管人；去掉让人没法为工作自豪的障碍；持续教育；全员参与转型。如果题目要逐条对英文原文，翻教材对应那段。

1.4 七种质量工具怎样选择

Pareto 柏拉图：问题一大堆，先挑最值得处理的那几类。按金额、频数或严重程度选一个来排，别混着用。柱子从高到低排，累计线一路往上。80/20 是经验说法，题目里不一定刚好是 80%。

Fishbone 鱼骨图：问题定下来以后，系统地列出可能的原因。常用的分类是人、机、料、法、测、环。图上列的只是假设，要拿数据去证实，画出来不代表原因就找到了。Brainstorming 头脑风暴阶段先让大家放开说，当场不批评，之后再筛。

Check sheet 检查表用来方便、准确地记录频数、时间、类别和位置。Flow chart 流程图画出步骤、分支和控制点。Scatter 散点图每个点是一对 (x, y)，看是正相关、负相关还是没关系；有相关不等于有因果。Histogram 直方图横轴是数值区间，纵轴是频数，用来看中心、宽窄、偏斜和是不是多峰，但它丢掉了时间顺序。Control chart 控制图横轴是时间或子组，用来判断过程有没有出现异常变化。来源：L1 第 12-20 页。

几种工具常这样串起来用：Pareto 找出主要问题 → 鱼骨图列原因 → 收数据验证 → 改完再画一次 Pareto 看效果。上 SPC 之前，要先理顺流程、把明显的波动压下去、检查量具、定好抽样计划；过程稳定了才谈能力，之后继续监控。来源：L1 第 17、22 页。

2 统计和概率从零开始

2.1 先认识符号

总体 Population 是你关心的全部产品，样本 Sample 是真正拿出来量的那一部分。总体的真实均值 μ 和真实标准差 σ 叫 Parameter；用样本算出来的平均值 $\bar{x}$ 和标准差 s 叫 Statistic。数个数、分类别的数据叫 Attribute data，比如不合格件数；连续测量的数据叫 Variable data，比如长度、重量。

Accuracy 准确度是离真值近不近，Precision 精密度是重复测量彼此接不接近。一把每次都多报 2 mm 的尺子，很精密，但不准确。Repeatability 是同一个人用同一台设备反复测同一件东西，结果稳不稳；Reproducibility 是换了人、换了条件以后差多少。来源：L2 第 2、6 页，L1 第 22 页。

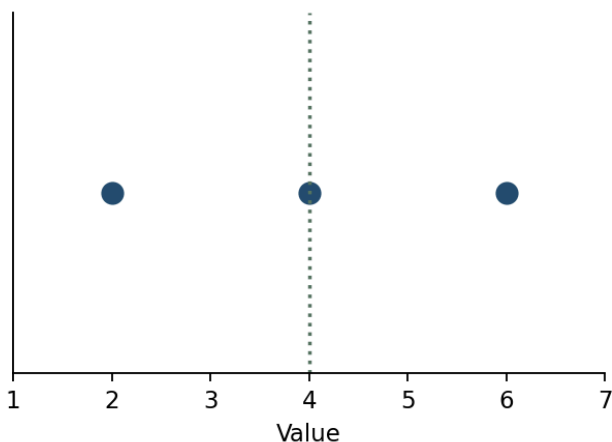
2.2 平均 极差 方差 标准差

平均 $\bar{x} = \sum x_i / n$ 。中位数 Median 是排好序后中间那个数，数据个数是偶数就取中间两个的平均；众数 Mode 是出现次数最多的值，可能不止一个。极差 $R = \max(x_i) - \min(x_i)$ 。样本方差 $s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)$ ，样本标准差 $s = \sqrt{s^2}$ 。只有手上是整个总体的全部数据、要算总体方差时，分母才用 N。s 和原数据同单位， s^2 是单位的平方。看直方图时还要留意形状：对称还是偏斜，单峰还是多峰。双峰可能说明混了两个过程，但要查过才能下结论。

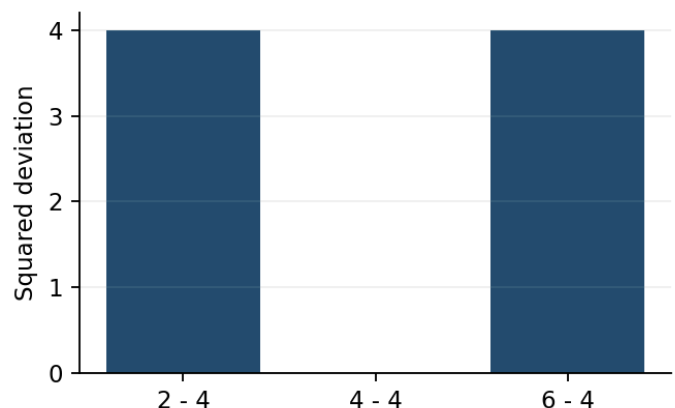
先来个热身：数据 2、4、6。平均 $= (2 + 4 + 6) / 3 = 4$ ；极差 $= 6 - 2 = 4$ ；偏差是 -2、0、2，平方和 $= 8$ ；样本方差 $= 8 / (3 - 1) = 4$ ；样本标准差 $= 2$ 。标准差和极差是两回事。

频数数据的平均 $= \sum (f_i x_i) / \sum f_i$ ，算标准差时也要按频数把每个值的偏差平方重复算进去。L2 第 5 页那两组数据，均值都是 3，极差都是 4，课件写的标准差是 2.6 和 4.4，但按列出的数据算不出这个结果。重算的样本标准差分别是 1.16775 和 1.61015。这页想说明的道理没变：均值和极差一样，标准差也可以不同。

Measurements: 2, 4, 6



Squared deviations: sum = 8



Worked example in section 2.2. Mean = 4; range = 4; sample variance = $8 / (3 - 1) = 4$; $s = 2$.

平均、极差和标准差入门例题

2.3 正态分布与查表

X 近似正态时写成 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，形状是左右对称的钟形。 μ 管中心在哪， σ 管有多宽。连续分布里某个精确点的概率是 0，概率要看一段区间下的面积。标准化 $Z = (X - \mu)/\sigma$ ，其实就是问“这个数离中心几个标准差”。

本讲义统一用左累计 $\Phi(z) = P(Z \leq z)$ 。右尾 $P(X > a) = 1 - \Phi((a - \mu)/\sigma)$ ；左尾 $P(X < a) = \Phi((a - \mu)/\sigma)$ ；区间 $P(a < X < b) = \Phi((b - \mu)/\sigma) - \Phi((a - \mu)/\sigma)$ 。 z 为负时用 $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$ 。

查表前先看表头。如果表给的是 0 到 z 的面积 A ，那么 $z > 0$ 时左累计是 $0.5 + A$ ，右尾是 $0.5 - A$ ；如果表直接给右尾，读出来就是答案。看到 0.2909 先确认它是哪块面积。反求均值时，先由概率查出 z ，再解 $\mu = a - z\sigma$ 。

经验法则： $\mu \pm \sigma$ 约 68.27%， $\mu \pm 2\sigma$ 约 95.45%， $\mu \pm 3\sigma$ 约 99.73%。经验法则题里说“约 99%”，一般指 3σ ；如果题目明确要中间正好 99%，要用 2.57583σ 。来源：L2 第 7-9 页。

2.4 单件波动与样本均值波动

从同一个稳定过程独立取 n 个数，子组均值 $\bar{x}$ 的期望还是 μ ，但它的标准差（标准误）变成 $\sigma/\sqrt{n}$ 。取平均能把一部分随机波动抵掉，但系统性的偏移抵不掉。注意，某一次的样本均值不见得正好等于 μ ，等于 μ 的是 $E(\bar{x})$ 。

中心极限定理说的是：在独立、方差有限这些条件下，样本量越大，样本均值的分布越接近正态。它没说原始数据会自己变成正态。如果总体本来就是正态，那不管 n 多大，均值都是正态。课件里“ $n \geq 4$ 时均值近似正态”是教学上选样本量的经验，不能保证所有偏斜总体都适用。来源：L2 第 9 页；L3 第 2-5 页。

2.5 概率语言

Sample space S 是所有可能结果，Event A 是其中一部分结果。只有每个结果出现的可能性一样时，才能用 $P(A) = \text{有利结果数} / \text{总结果数}$ 。概率在 0 到 1 之间，换成百分数就乘 100%。

- 不发生： $P(A^c) = 1 - P(A)$ 。
- A 或 B ： $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 。互斥时交集为 0。
- A 且 B ： $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ 。只有独立时才能写成 $P(A)P(B)$ 。
- 条件概率： $P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)$ ，要求 $P(A) > 0$ 。
- 全概率： $A_1 \dots A_k$ 互斥且把所有可能都包住时， $P(B) = \sum P(B|A_i)P(A_i)$ 。课件说的“各事件概率之和=1”也要满足这个条件。

互斥是两件事不能同时发生；独立是知道一件事发生了，不影响另一件事的概率。两个概率都大于 0 的事件，如果互斥，就一定不独立。Without replacement 不放回时，抽完一个后面的比例就变了；With replacement 放回并且混匀，每次可以看作独立、概率不变。来源：L2 第 10-13 页。

2.6 三种离散分布

做题先问自己：这个随机变量到底在数什么？“成功”只是指你关心的那个结果，完全可以是“抽到不合格品”。

超几何 Hypergeometric：一共 N 件，其中 D 件不合格，不放回抽 n 件，问恰好 d 件不合格的概率。

$P(X=d) = C(D,d)C(N-D,n-d)/C(N,n)$ 。 $C(a,b) = a!/[b!(a-b)!]$ ， $0! = 1$ 。分子是“挑坏件的方法数 $\times$ 挑好件的方法数”，分母是所有挑法。补充一下：均值 nD/N ，方差 $np(1-p)(N-n)/(N-1)$ ，其中 $p = D/N$ 。

二项 Binomial：固定做 n 次独立试验，每次只有两种结果，概率 p 不变。

$P(X=d) = C(n,d)p^d(1-p)^{n-d}$ 。均值 np ，标准差 $\sqrt{np(1-p)}$ 。问“恰好两件”就算一项；问“至少两件”通常用 $1 - P(0) - P(1)$ ，这样不容易漏项。

Poisson 泊松：固定时间、面积或长度里某件事发生的次数，事件之间独立、发生速率稳定。

$P(X=c)=e^{-\lambda}\lambda^c/c!$, 均值 λ , 标准差 $\sqrt{\lambda}$ 。 λ 要和题目的时间尺度对上, 比如平均 8 小时 1 次, 问 4 小时就用 $\lambda=0.5$ 。 $\lambda=np$ 是拿 Poisson 近似二项时的写法, 单独用 Poisson 时直接由速率得出 λ 。

几种近似关系: 总体有限但抽样比例很小时, 超几何可以近似成二项; n 大、 p 小时, 二项可以用 $\lambda=np$ 的 Poisson 近似; 二项的 np 和 $n(1-p)$ 都不太小时, 可以用正态近似。课程给了 $n/N \leq 0.10$ 之类的经验门槛, 题目指定了用哪个分布就照题目来。二项用正态近似时要做连续性修正: 整数 2、3、4 对应连续区间 1.5–4.5; $X \geq 2$ 对应 $X > 1.5$ 。
来源: L2 第 14–18 页。

3 变量控制图从零开始

3.1 三种界限不可混淆

规格界限 USL、LSL 是客户或设计定的, 用来判断单件合不合格。过程自然界限 $\mu \pm 3\sigma$ 描述稳定正态过程里单件产品大致落在哪。均值控制界限 $\mu \pm 3\sigma/\sqrt{n}$ 用来判断子组均值有没有显示过程发生了变化。

控制界限是从过程数据里算出来的, 不能直接拿 USL/LSL 当 UCL/LCL。一个过程可以很稳定, 却一直在出不合格品; 也可以刚出了异常, 产品暂时还合格。“稳不稳定”和“合不合格”是两个问题。来源: L3 第 3–4 页, L4 第 1–3 页。

3.2 Common cause 和 Special cause

Common cause 普通原因 (随机原因) 是过程本身就有的小波动; Special cause 特殊原因 (可归因原因) 是具体的事件, 比如换了个不熟练的操作工、来了一批有问题的原料、油管坏了。普通原因要靠改系统来降, 特殊原因先去查具体发生了什么。L3 第 1 页还把变异分成同一件内部、件与件之间、不同时间之间三种, 来源可能是机器、材料、环境、人或测量。

Rational subgroup 合理子组: 同一组里的测量尽量在差不多的时间、同一台机器、同一个操作者下取得。这样组内的差异反映随机波动, 组和组之间的差异才能看出随时间的变化。别把不同机器的数据随便塞进一组。

3.3 怎样画 $\bar{x}$ R 图

设有 g 个子组, 每组 n 件。每组算 $\bar{x}_i = \sum x_{ij}/n$ 和 $R_i = \max - \min$ 。总均值 $\bar{\bar{x}} = \sum \bar{x}_i/g$, 平均极差 $\bar{R} = \sum R_i/g$ 。 n 是每组几件, g 是有几组, 查控制常数表用的是 n 。

均值图: $CL = \bar{\bar{x}}$, $UCL = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$, $LCL = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$ 。

极差图: $CL = \bar{R}$, $UCL = D_4\bar{R}$, $LCL = D_3\bar{R}$ 。单件 σ 的估计是 $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$, 均值的标准误是 $\hat{\sigma}/\sqrt{n}$, 所以 $A_2 = 3/(d_2\sqrt{n})$ 。

先看 R 图, 再看均值图, 因为均值图的界限是用组内波动算的, R 图不稳, 均值图的界限也不可信。课件建议初次建图至少 25 组。每组件数少时常用 R 图, 组内件数超过 10 左右就改用 s 图。来源: L3 第 5–9 页。

组内 n	d_2	A_2	D_3	D_4	c_4	A_3	B_3	B_4
3	1.693	1.023	0	2.574	0.8862	1.954	0	2.568
4	2.059	0.729	0	2.282	0.9213	1.628	0	2.266
5	2.326	0.577	0	2.114	0.9400	1.427	0	2.089

热身题: $n=4$, $\bar{\bar{x}}=100$, $\bar{R}=8$ 。均值图界限 $=100 \pm 0.729 \times 8$, 即 $[94.168, 105.832]$; R 图上限 $=2.282 \times 8 = 18.256$, 下限 0。做完这题再去看看 VC-2。



Worked example in section 3.3: $n=4$, grand mean=100, average range=8. Limits only; no invented sample points.

控制界限入门例题

3.4 怎样画 $\bar{x}$ s 图

每组先算样本标准差 s_i ，然后 $\bar{s} = \sum s_i / g$ ，单件 $\sigma = \bar{s} / c_4$ 。均值图 $CL = \bar{\bar{x}}$ ， $UCL/LCL = \bar{\bar{x}} \pm A_3 \bar{s}$ ；s 图 $CL = \bar{s}$ ， $UCL = B_4 \bar{s}$ ， $LCL = B_3 \bar{s}$ 。常数还是按组内 n 查，别拿 R 图的 A_2 、 D_4 来用。

3.5 如何认出失控

L3 第 14 页用的判异规则：一个点超出 3σ 控制界限；连续 7 点落在中心线同一侧；连续 6 点一直上升或一直下降；连续 3 点里有 2 点在同侧 2σ 以外；连续 5 点里有 4 点在同侧 1σ 以外。也就是说，没出界不代表没问题，可能有非随机的模式。别的书有“8 点同侧”之类的版本，考试按本课课件来。

常见的模式和可能原因：突然跳一个台阶，可能是换了设置、人或材料；持续漂移，可能是刀具磨损；周期性起伏，可能和温度或轮班有关；数据像两群混在一起，可能来自不同设备；还有可能只是量错了或录错了。图形只能给线索，原因要靠调查确认。来源：L3 第 15–16 页。

3.6 如何修订控制图

流程是：标出信号 → 调查并确认特殊原因 → 采取措施 → 把受影响的整组从基准数据里拿掉 → 用剩下的组重算两张图的中心线和界限 → 再检查一遍。只因为某个点“看着别扭”就删，是不行的，除非题目明确让你这么假设。

拿掉 r 组以后，两个分母都变成 $g-r$ 。组号保留原来的编号，别重新编号后把新序号当成原组号写进答案。界限收紧后如果冒出新的信号，要接着调查，不能默认它也有已知原因可以删。

3.7 第一类与第二类错误

Type I / α ：过程其实正常，图却报警了，也就是误报。正态模型下只用“超出 3σ ”这一条规则，单点误报概率 ≈ 0.0026998 ，即 0.27%。

Type II / β ：过程已经变了，图却没报警，也就是漏报。均值移到 μ_1 、 σ 不变时， $\beta = \Phi((UCL - \mu_1)/(\sigma/\sqrt{n})) - \Phi((LCL - \mu_1)/(\sigma/\sqrt{n}))$ ，检出率 $= 1 - \beta$ 。注意这里用的是旧界限去判断新过程。多加几条模式规则能提高灵敏度，代价是误报也会变多。来源：L3 第 13、15 页。

4 过程能力从零开始

4.1 为什么先稳定再算能力

过程稳定，均值和波动才有一个可以预测的基准。不稳定的过程，数据是好几种状态混在一起的，算不出可靠的 μ 和 σ ，用一个能力指数去预测未来很容易误导人。常规的正态能力分析还要求数据近似正态、量具可靠、数据有代表性。来源：L4 第 1、3 页。

规格宽度 $W=USL-LSL$ ，过程宽度 $=6\sigma$ 。 $C_p=W/(6\sigma)$ 看的是分布宽度能不能塞进规格里，不管中心在哪。 $C_p>1$ 说明有潜力， $C_p=1$ 刚好塞满， $C_p<1$ 就太宽了。但 $C_p>1$ 本身不能说明现在的合格率已经够高。

$C_{pl}=(\mu-LSL)/(3\sigma)$ ， $C_{pu}=(USL-\mu)/(3\sigma)$ ， $C_{pk}=\min(C_{pl},C_{pu})$ ，看的是均值离较近的那条规格线是不是太近。 C_{pk} 永远不超过 C_p ；均值正好在规格中点时 $C_{pk}=C_p$ ；均值跑到规格外面时 C_{pk} 会是负数。只有单侧规格时，只算那一侧的指数。

记规格中点 $M=(USL+LSL)/2$ 、半宽 $h=(USL-LSL)/2$ ，则 $k=|\mu-M|/h$ ， $C_{pk}=(1-k)C_p$ 。 k 带绝对值，这一点容易漏。 μ 在规格内时 k 在 0 到 1 之间，在规格外时 $k>1$ 。

$C_{pm}=W/[6\sqrt{(\sigma^2+(\mu-T)^2)}]$ 看的是离设计目标 T 有多近。 $\mu=T$ 时 $C_{pm}=C_p$ ；如果 T 正好也是规格中点，三个指数相等。 $CR=100\%/C_p$ ，表示过程宽度占了公差宽度的百分之几。来源：L4 第 6-9 页；公式和 NIST 过程能力定义一致。

4.2 不合格率和日产废品

$P_{bad}=P(X<LSL)+P(X>USL)=\Phi((LSL-\mu)/\sigma)+1-\Phi((USL-\mu)/\sigma)$ 。这里用单件的 σ ，不是 $\sigma/\sqrt{n}$ ，因为判断的是一件一件的产品。 $ppm=P_{bad}\times 10^6$ ；每天预计不合格件数=日产量 $\times P_{bad}$ ，算出来可以带小数，最后按题意取整。

过程偏了但不宽，先把中心调回来；居中但太宽，要降波动；又偏又宽，两件事都要做。L4 第 10 页的逻辑图完整走一遍是：选定过程、收数据、建控制图 $\rightarrow$ 不稳定就逐个排除特殊原因 $\rightarrow$ 稳定后评估潜在能力 $\rightarrow$ 能力不够时由管理层决定改工艺、合理修改规格、全检筛选或停产 $\rightarrow$ 能力够但偏了就重新居中 $\rightarrow$ 继续监控，并用实验持续改进。改规格要有设计或客户的依据，不能为了数字好看随便放宽。来源：L4 第 3、9-10 页。

4.3 Six Sigma 的两种数字

过程居中、规格在 $\mu\pm 6\sigma$ 时， $C_p=2$ ，两侧尾部加起来约 0.001973 ppm（常写成 0.002）。如果按惯例假设均值会偏移 1.5σ ，近的那一侧只剩 4.5σ ， $C_{pk}=1.5$ ，尾部约 3.4 ppm。两个数字的前提不同，并不矛盾。

居中时 ± 1 、 ± 2 、 ± 3 、 ± 4 、 ± 5 、 $\pm 6\sigma$ 对应的不合格 ppm 大约是 317310.5、45500.3、2699.8、63.34、0.5733、0.001973。L4 第 11 页 $\pm 2\sigma$ 那一行写的 485500 ppm 是笔误，应该是约 45500 ppm； $\pm 1\sigma$ 的合格率约 68.27%，不是 68.7%。

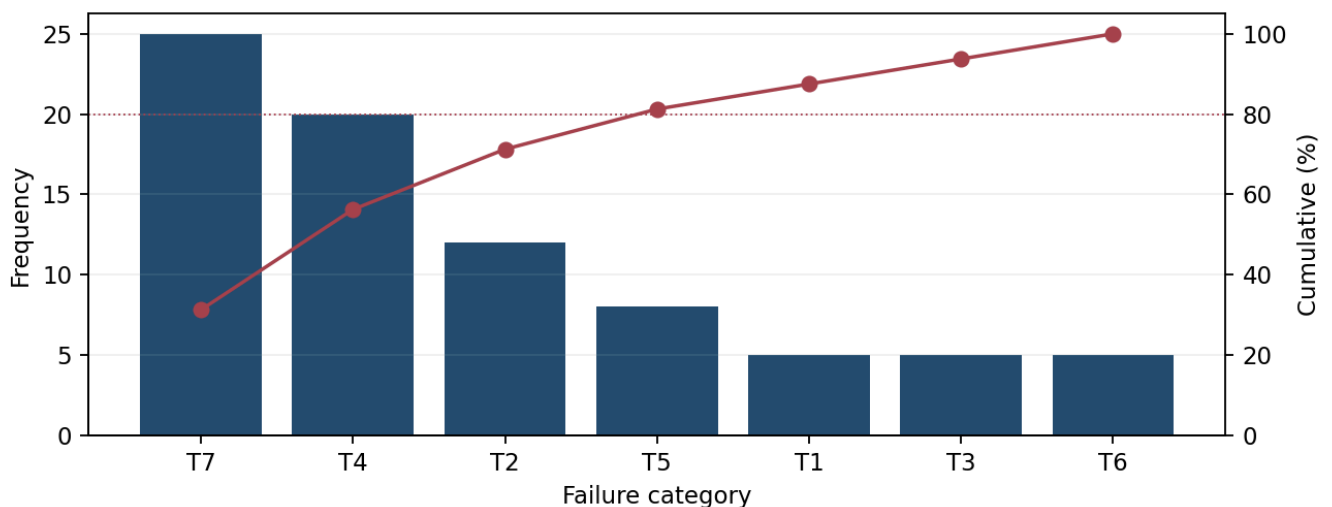
5 前四份课件全部例题与练习

5.1 L1 的图形和情景例子

涉及知识点：Pareto 排序和累计百分比；鱼骨图列可能原因；检查表收数据；散点图看相关；流程图和直方图的用途（见 1.4）。

Pareto 例图，L1 第 13 页。类别按顺序是 T7、T4、T2、T5、T1、T3、T6，频数 25、20、12、8、5、5、5，合计 80。累计数 25、45、57、65、70、75、80，累计百分比 31.25%、56.25%、71.25%、81.25%、87.50%、93.75%、100%。想覆盖 80% 以上要取前四类，只取前两类才 56.25%。原图有几个标签位置容易看错，以累计数为准。

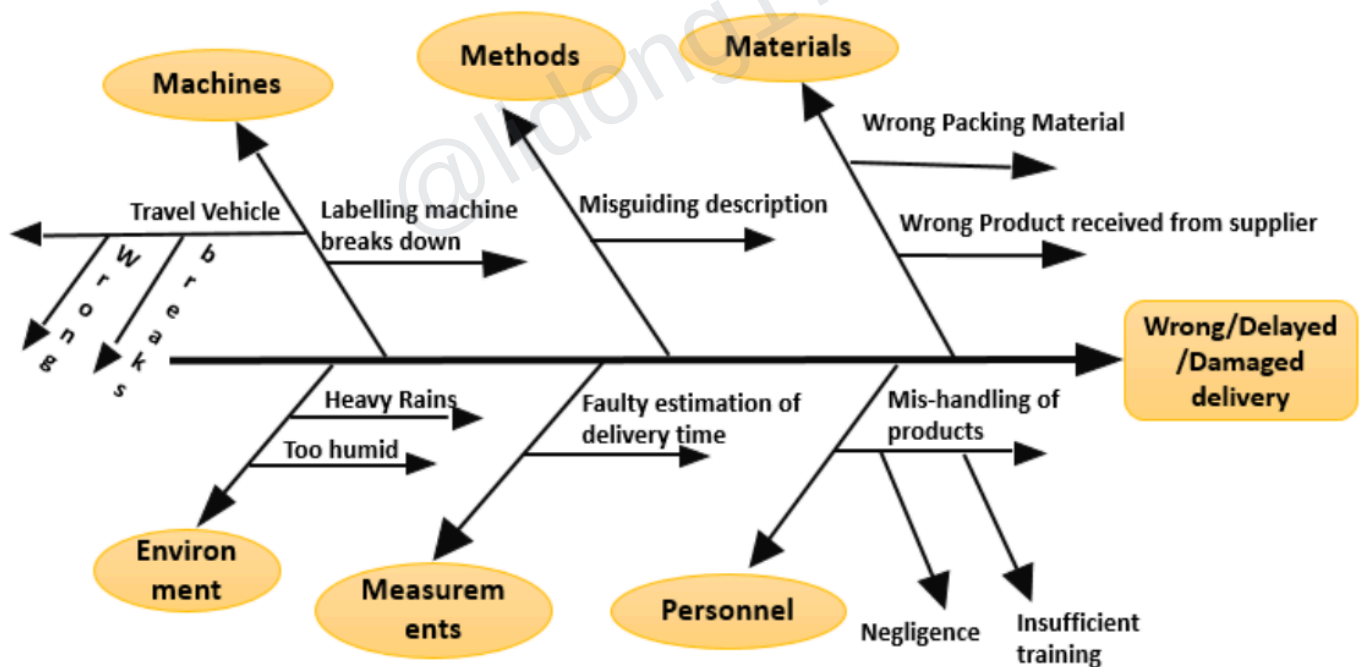
L1 Pareto example



Source: Lecture 1 p13. Redrawn from the listed frequencies; first four categories cover 81.25%.

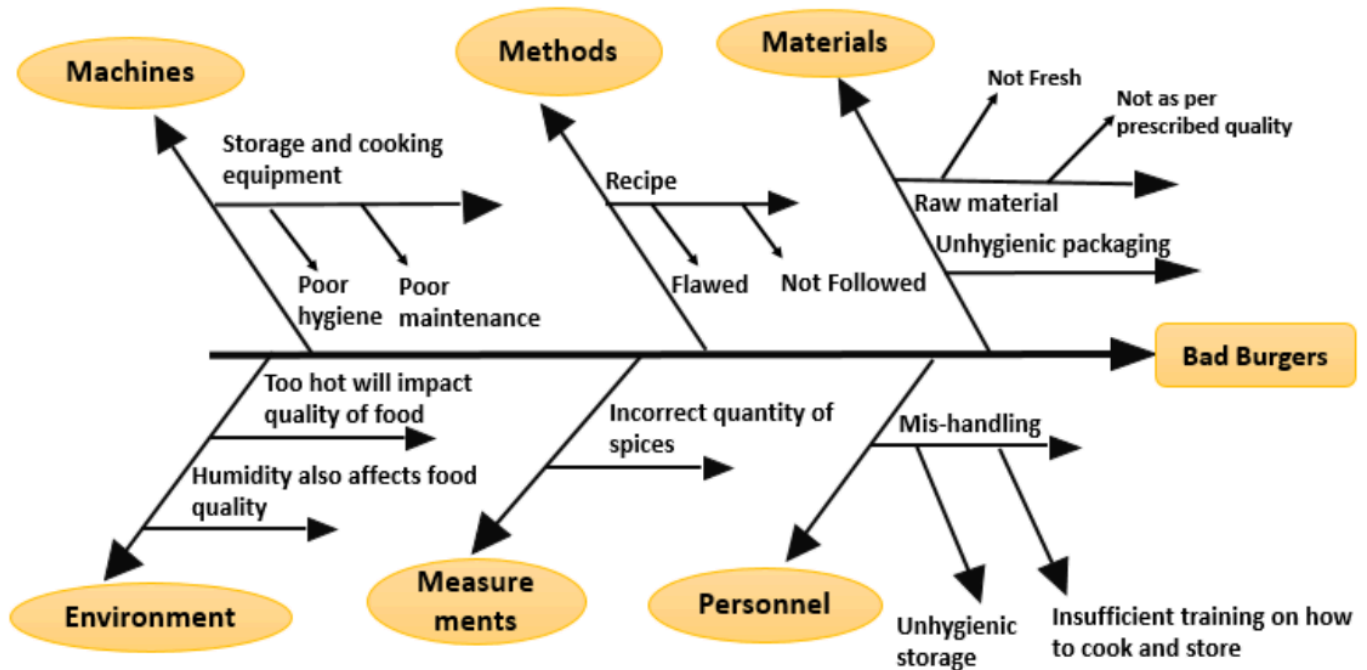
L1 柏拉图例题

Fishbone Example 1, L1 第 15 页。问题是配送出错、迟到或货物损坏。原图六类原因：机器——运输车辆问题、标签机故障；方法——描述有误导；材料——包装材料用错、供应商发错货；环境——暴雨、太潮湿；测量——送达时间估错；人员——处理不当、疏忽、培训不够。画的时候先说清楚是哪一种配送问题，再按六类拉分支、往下列次级原因。这题没有标准数值答案，图上列的是怀疑对象，要拿记录去核实。



L1 配送问题鱼骨图原图（第15页）

Fishbone Example 2, L1 第 16 页。问题是汉堡质量差。原图六类：机器——储存或烹饪设备不卫生、维护差；方法——配方有问题或没按配方做；材料——原料不新鲜或不达标、包装不卫生；环境——太热、湿度影响；测量——香料放错量；人员——处理不当、储存不卫生、烹饪和储存培训不够。问题最好写成能测量的结果，比如“中心温度不够”，别把“难吃”换个说法又当原因写一遍。



L1 汉堡问题鱼骨图原图 (第16页)

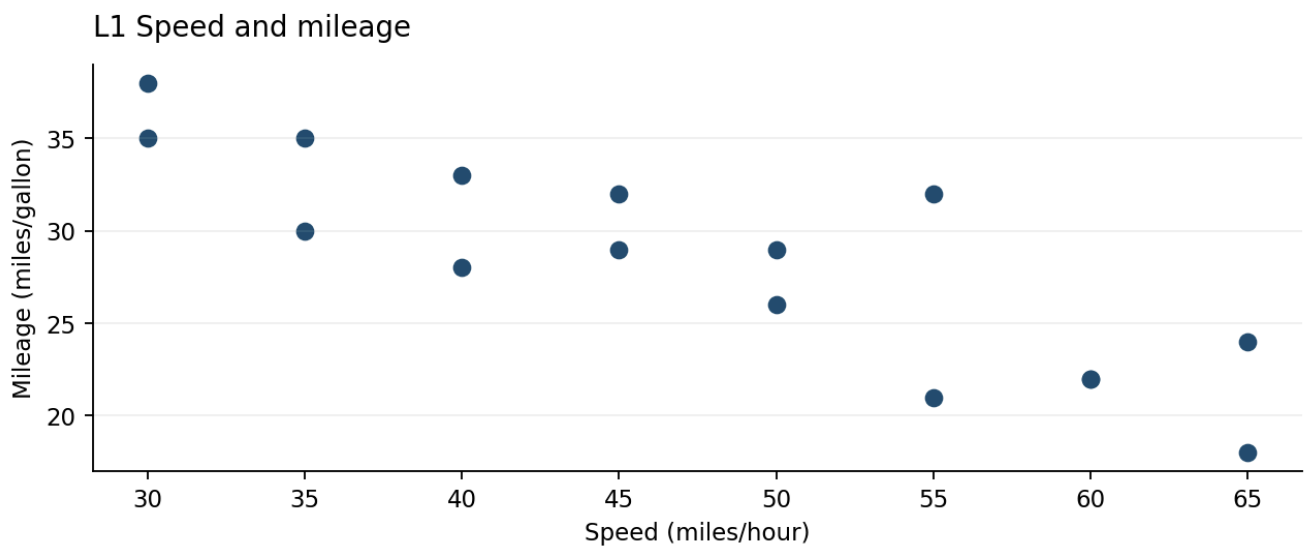
Temperature check sheet, L1 第 18 页。示例的温度区间是 310–330、330–350、350–370、370–390，同时记下发生时间，比如 9:30、10:00、10:30。要会把读数记进对的区间，写清楚单位，以及正好落在边界上的值归哪边。这页是空白模板，用来说明怎么收数据，没有可以推出来的频数。

Example: Temperature Check Sheet (Time is recorded)

310	10:00				
320					
330					
330	9:30				
340					
350					
350					
360					
370					
370	10:30				
380					
390					

L1 温度检查表原图 (第18页)

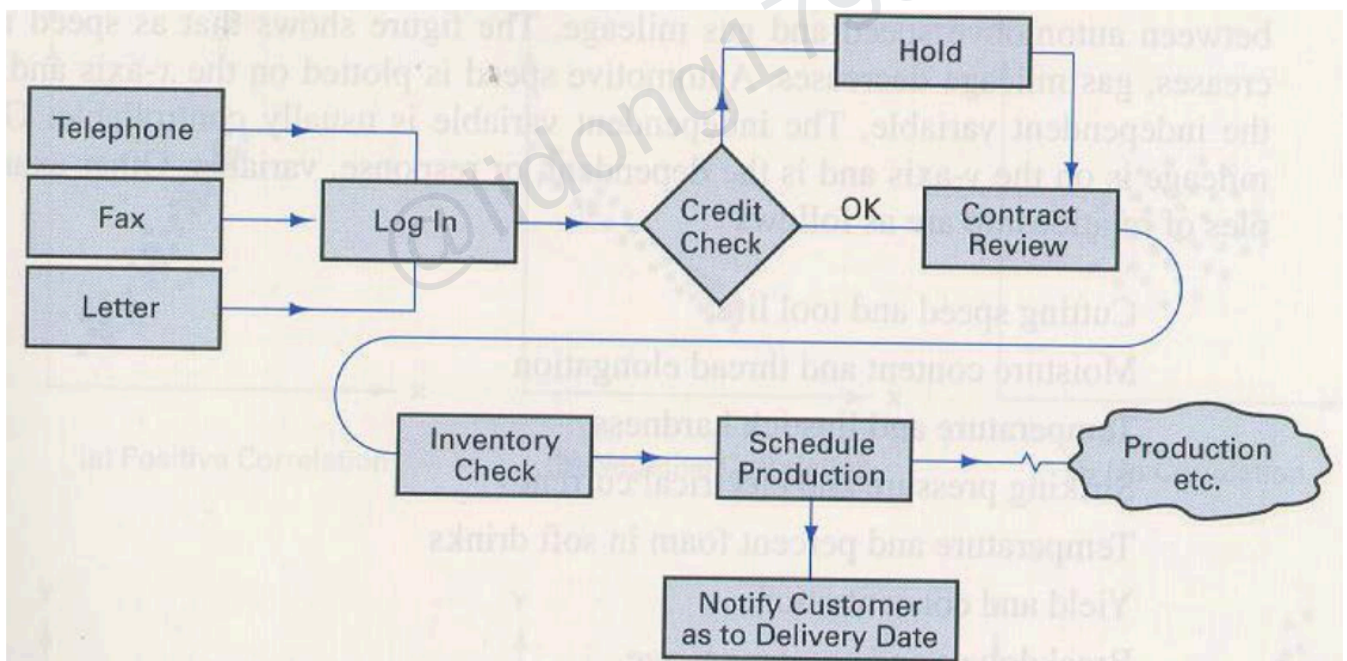
Scatter diagram, L1 第 19 页。16 对车速和油耗里程数据：车速 30、30、35、35、40、40、45、45、50、50、55、55、60、60、65、65；对应 mileage 38、35、35、30、33、28、32、29、26、29、32、21、22、22、18、24。点画出来整体是负相关：车速越高，每加仑跑的里程一般越少。但并不是每个点都严格往下走，这张图也证明不了车速是唯一原因。



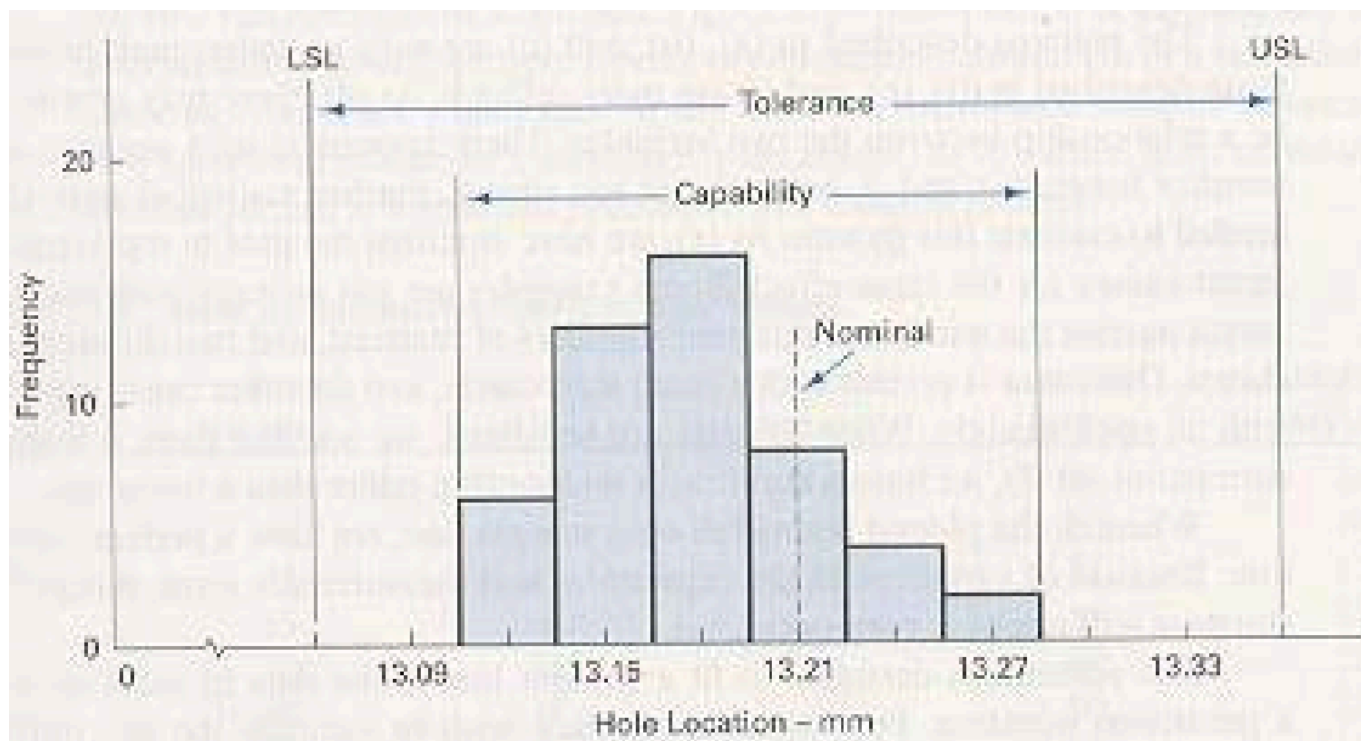
Source: Lecture 1 p19. All 16 listed pairs are plotted; correlation does not establish causation.

L1 车速与油耗里程散点图

其余工具和概念例子，L1 第 1-22 页。尺寸不对的尺子属于 nonconforming，断掉的更接近 defective；学习时间和成绩、设备和故障、各质量维度、各部门职责这些都是说明性的例子，能用自己的话讲清楚怎么归类就行，没有数值题。直方图、流程图、控制图那几页主要是方法示意，正式的计算练习在后面。



L1 流程图原图 (第18页)

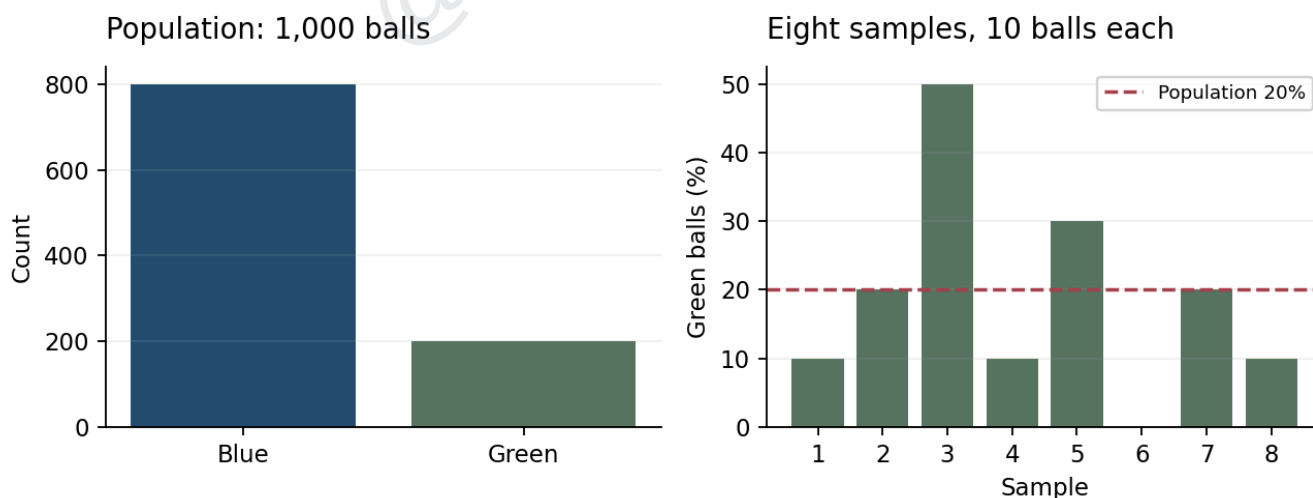


L1 直方图原图 (第20页)

5.2 L2 Example 2 1 样本和总体

涉及知识点：总体和样本；总体比例与样本比例；抽样波动；合并样本比例用总成功数除以总样本数（见 2.1）。

总体有 800 个蓝球、200 个绿球；8 个样本、每个 10 球，绿球数分别是 1、2、5、1、3、0、2、1。总体绿球率 = $200/1000=20\%$ 。样本合计 15 个绿球/80 个球 = 18.75% ，课件四舍五入写成 18.8% 。样本比例本来就会随机上下浮动，某个样本里绿球占 50%，不说明总体变成了 50%。来源：L2 第 6 页。



Source: Lecture 2 p6. Pooled sample green share = $15 / 80 = 18.75\%$.

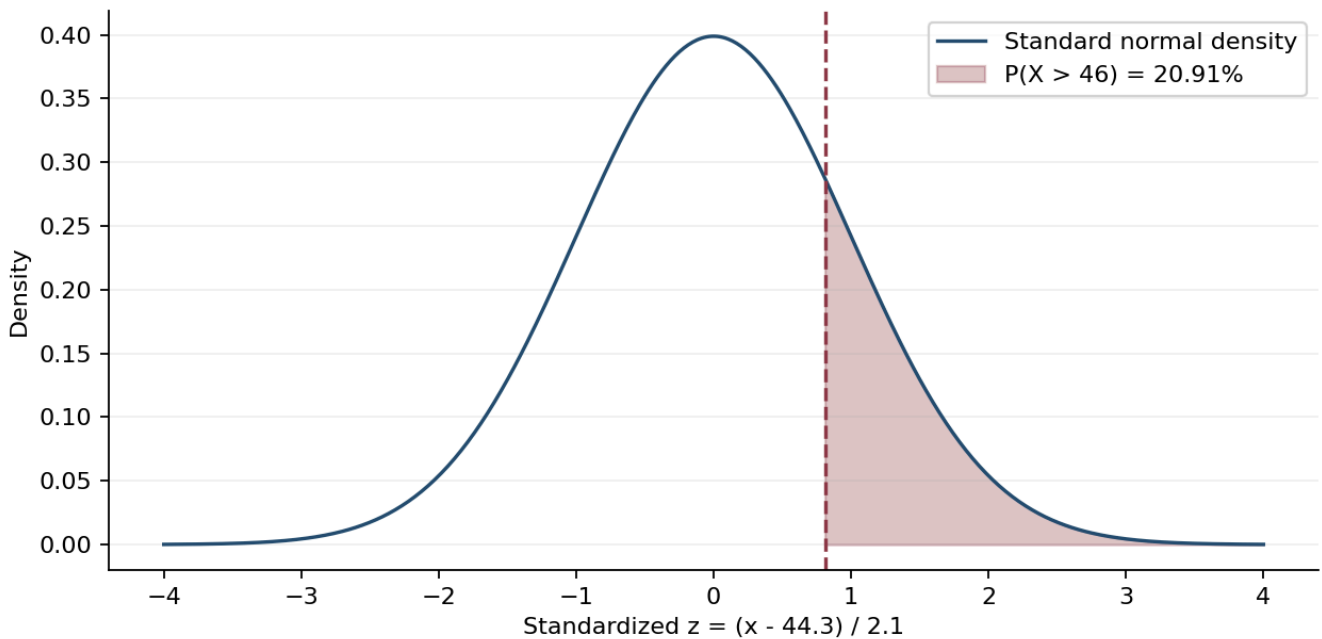
总体比例与八个样本比例

5.3 L2 Example 2 2 正态右尾

涉及知识点：正态分布； $z=(x-\mu)/\sigma$ ；左累计 $\Phi(z)$ 与右尾 $1-\Phi(z)$ ；查表和舍入（见 2.3）。

$\mu=44.3$ 、 $\sigma=2.1$ ，求超过 46 的比例。用正态模型： $z=(46-44.3)/2.1=0.809524\approx 0.81$ ； $\Phi(0.81)\approx 0.7910$ ；右尾 $=1-0.7910\approx 0.2090=20.90\%$ 。不提前舍入的话是 20.9107% 。79.1% 是左累计，不是答案。来源：L2 第 8 页。

Example 2-2 Right-tail probability



Source: Lecture 2 p8. Original measurement threshold 46 mapped to $z=0.809524$.

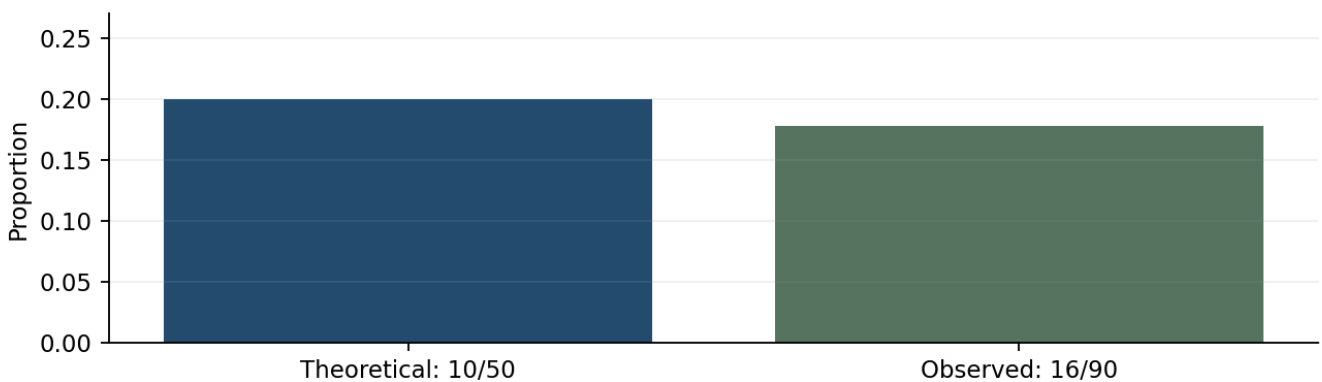
正态右尾的面积

5.4 L2 Example 2 3 理论与实验概率

涉及知识点：理论概率与实验频率；有限次试验的随机波动；长期频率趋于稳定（见 2.5）。

50 件里有 10 件不合格，每次抽完放回，抽了 90 次，看到 16 次不合格。理论概率= $10/50=0.2$ ，实验频率= $16/90=0.177778$ 。差别来自样本有限带来的随机性。试验次数越多，频率总体上会稳定下来，但不是每多做一次就一定更接近 0.2。来源：L2 第 11 页。

Example 2-3 Probability and observed frequency



Source: Lecture 2 p11. Actual counts only; no fabricated trial sequence.

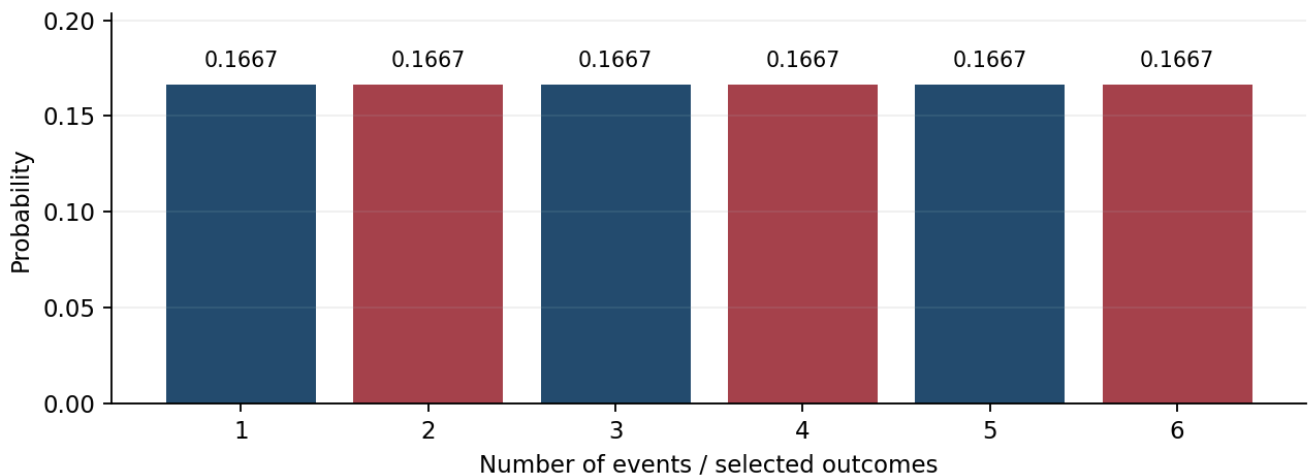
理论概率与实验频率

5.5 L2 Example 2 4 骰子事件

涉及知识点：样本空间和事件；公平骰子的等可能性； $P(E)=\text{符合事件的结果数}/\text{所有结果数}$ （见 2.5）。

公平骰子 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ ，偶数 $E=\{2,4,6\}$ ， $P(E)=3/6=0.5$ 。前提是骰子公平，每面可能性相同，才能这样数。来源：L2 第 11 页。

Example 2-4 Fair die: even outcomes



Source: Lecture 2 p11. $P(\text{even}) = 3 / 6 = 0.5$. Highlighted bars form the event in the question.

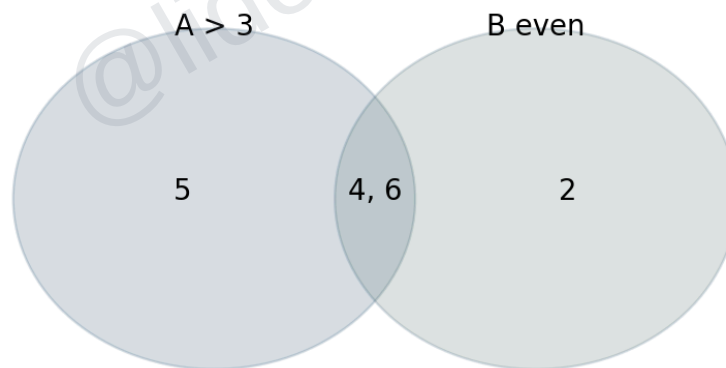
公平骰子的偶数事件

5.6 L2 Example 2 5 并集

涉及知识点：并集、交集；加法公式 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (见 2.5)。

$A = \{4, 5, 6\}$ (大于 3), $B = \{2, 4, 6\}$ (偶数)。交集 = $\{4, 6\}$, 并集 = $\{2, 4, 5, 6\}$; $P(A \cup B) = 3/6 + 3/6 - 2/6 = 4/6 = 2/3$ 。减掉交集, 是因为 4 和 6 被数了两遍。来源: L2 第 12 页。

Example 2-5 $A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$



Outside: 1, 3

Source: Lecture 2 p12. Intersection $\{4, 6\}$ is counted twice before subtraction.

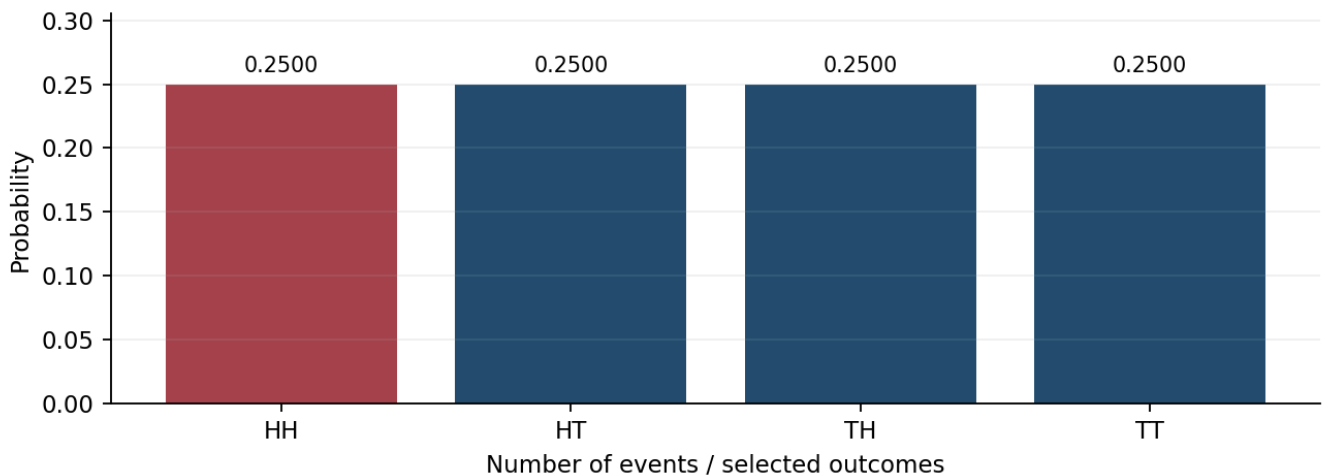
骰子事件的并集与交集

5.7 L2 Example 2 6 独立硬币

涉及知识点：独立事件；乘法公式 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$; 两枚硬币的四种结果 (见 2.5)。

两枚公平、互相独立的硬币同时正面: $P(H_1 \cap H_2) = 0.5 \times 0.5 = 0.25$ 。列出来 HH、HT、TH、TT 四种, 只有 HH 符合。来源: L2 第 13 页。

Example 2-6 Two independent fair coins



Source: Lecture 2 p13. $P(HH) = 0.5 \times 0.5 = 0.25$. Highlighted bars form the event in the question.

两枚独立硬币的样本空间

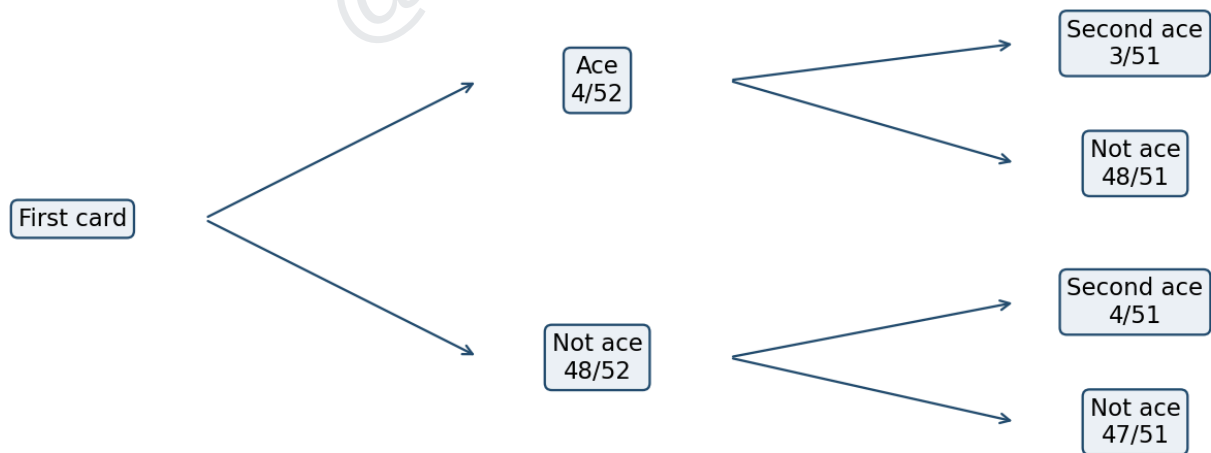
5.8 L2 Example 2 7 不放回抽 A

涉及知识点：不放回抽样；条件概率；乘法公式 $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ ；全概率与边际概率（见 2.5）。

52 张牌里有 4 张 A。第一张是 A 的概率 $4/52 = 1/13$ 。第一张是 A 的前提下，第二张是 A 的条件概率 $= 3/51$ ；第一张不是 A 的前提下是 $4/51$ 。两张都是 A 的概率 $= (4/52)(3/51) = 1/221 \approx 0.00452489$ 。

如果只问“第二张是 A”、不加任何条件，概率还是 $4/52$ ，用全概率公式就能算出来。课件 b 小问把边际概率和条件概率混在一起写了，答题时把条件写明白。来源：L2 第 13 页。

Example 2-7 Drawing without replacement



Source: Lecture 2 p13. $P(\text{two aces}) = (4/52)(3/51) = 1/221$. Conditional branches differ.

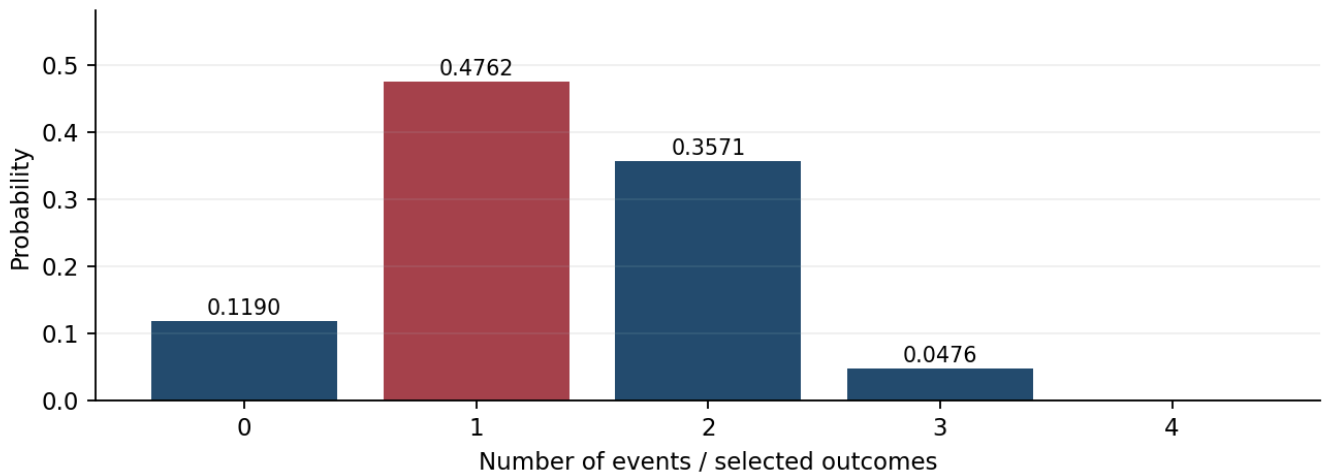
不放回抽两张牌的概率树

5.9 L2 Example 2 8 超几何

涉及知识点：有限总体不放回；超几何分布；组合数 $C(N, n)$ ；分别选坏件和好件（见 2.6）。

9 个温控器里有 3 个坏的，不放回抽 4 个，问恰好 1 个坏的概率。 $N=9$ 、 $D=3$ 、 $n=4$ 、 $d=1$ 。挑坏件 $C(3, 1)=3$ 种，挑好件 $C(6, 3)=20$ 种，总共 $C(9, 4)=126$ 种；概率 $= 60/126 = 0.476190 = 47.619\%$ 。来源：L2 第 14 页。

Example 2-8 4 drawn from 9 (3 defective)



Source: Lecture 2 p14. Exactly one defective: $60/126 = 0.476190$. Highlighted bars form the event in the question.

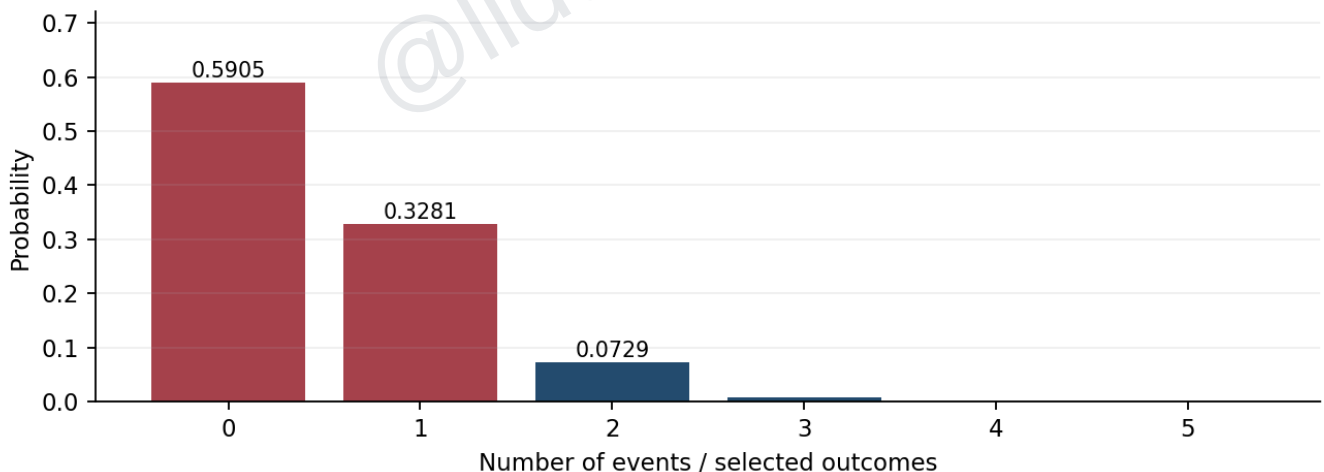
温控器超几何分布

5.10 L2 Example 2 9 二项

涉及知识点：二项分布的条件；固定 n 和 p ；“恰好” “至多” “至少”；用补事件减少计算（见 2.6）。

生产线不合格率 0.1，抽 5 件。设 X 为不合格件数， $X \sim \text{Bin}(5, 0.1)$ 。恰好 1 件： $C(5, 1) \times 0.1 \times 0.9^4 = 0.32805$ 。0 件： $0.9^5 = 0.59049$ 。至多 1 件 $= 0.91854$ ，至少 2 件 $= 1 - 0.91854 = 0.08146$ 。课件每一项先取三位小数，最后得到 0.082；不提前舍入是 0.08146。来源：L2 第 15 页。

Example 2-9 Binomial $n=5, p=0.1$



Source: Lecture 2 p15. Red bars $P(X \leq 1) = 0.91854$; remaining bars $P(X \geq 2) = 0.08146$. Highlighted bars form the event in the question.

五件产品的二项分布

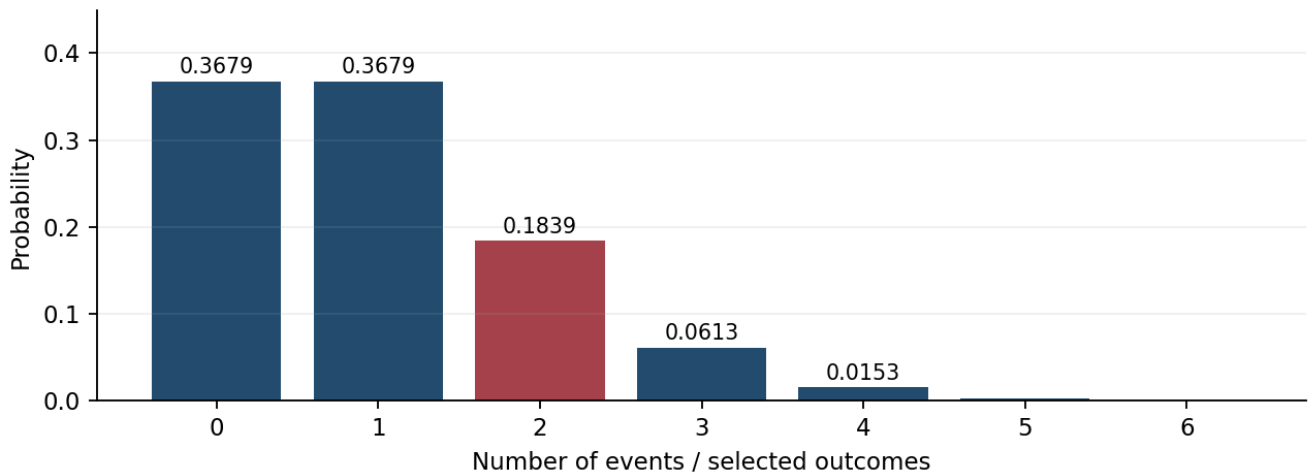
5.11 L2 Example 2 10 和 2 11 Poisson

涉及知识点：固定时段的事件次数；Poisson 分布； λ 与观察时长的对应； $0! = 1$ ；概率相加（见 2.6）。

Example 2-10 是机器故障次数的概念例子：只能数“坏了几次”，“没坏几次”没有意义，所以适合用固定时段的 Poisson。题目没给 λ ，没法算出具体数字。

Example 2-11：银行平均每 8 小时出 1 次账单错误， $\lambda = 1$ 。恰好两次 $P(2) = e^{-1} \times 1^2 / 2! = 0.183940$ 。至多一次 $P(0) + P(1) = e^{-1} + e^{-1} = 0.735759$ 。别忘了 $0! = 1$ 。来源：L2 第 16 页。

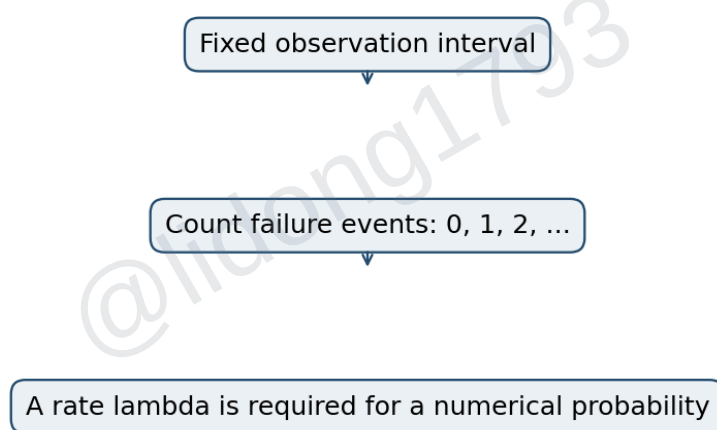
Example 2-11 Billing errors in 8 hours ($\lambda=1$)



Source: Lecture 2 p16. $P(2)=0.183940$; $P(0)+P(1)=0.735759$. Example 2-10 supplies no numerical rate. Highlighted bars form the event in the question.

银行账单错误的泊松分布

Example 2-10 Count failures in a fixed interval



Source: Lecture 2 p16. Concept diagram only; no invented failure rate or observation history.

机器故障次数概念图

5.12 L2 Example 2 12 小概率故障

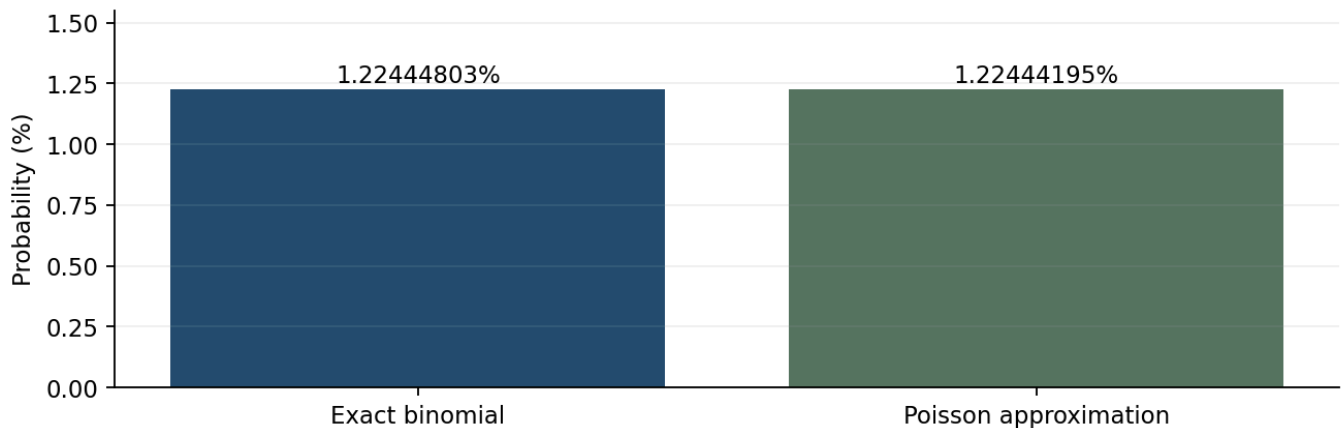
涉及知识点：独立部件；“至少一个失败”取“全部成功”的补事件；小 p 时二项分布的 Poisson 近似 $\lambda=np$ （见 2.5–2.6）。

1232 个互相独立的关键部件，每个失效概率 $1/100000$ ，任何一个坏了任务就失败。精确二项：

$P(\text{fail})=1-(1-0.00001)^{1232}=0.0122444803$ 。Poisson 近似 $\lambda=1232\times 0.00001=0.01232$ ，

$P(\text{fail})\approx 1-e^{-0.01232}=0.0122444195$ 。两者都约 1.22445%，几乎一样。课件有一处写成 0.9999，和 $p=0.00001$ 对不上，应该是 0.99999。来源：L2 第 17 页。

Example 2-12 Probability of mission failure



Source: Lecture 2 p17. $n=1,232$, $p=0.00001$; failure means at least one component fails.

小概率故障的精确值与泊松近似

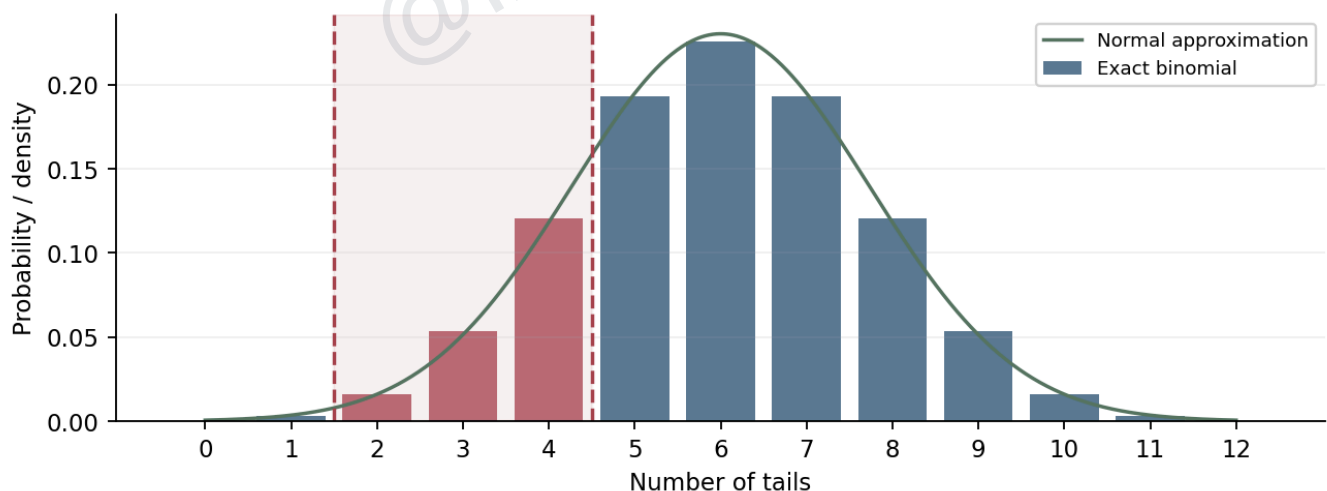
5.13 L2 Example 2 13 连续性修正

涉及知识点：二项分布与正态近似； $\mu=np$ 、 $\sigma=\sqrt{np(1-p)}$ ；连续性修正； $2 \leq X \leq 4$ 对应 $1.5 < X < 4.5$ （见 2.6）。

公平硬币抛 12 次，求反面出现 2、3 或 4 次的概率。二项精确值= $[C(12,2)+C(12,3)+C(12,4)]/2^{12}=(66+220+495)/4096=0.190673828$ 。

用正态近似： $\mu=6$ 、 $\sigma=\sqrt{3}=1.73205$ ；连续区间取 1.5–4.5； $z_1=-2.59808$ 、 $z_2=-0.86603$ ； $\Phi(z_2)-\Phi(z_1)=0.18855073$ 。课件先把 σ 和 z 取两位小数再查表，得到约 0.1875。差别来自近似本身和中间舍入。答题时要写明这是正态近似，不是精确二项值。来源：L2 第 18 页。

Example 2-13 Continuity correction



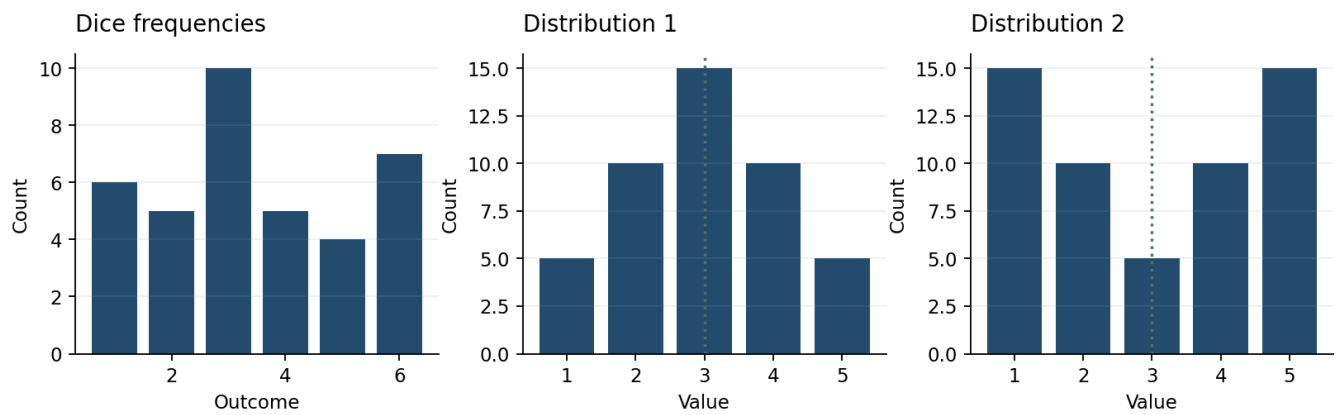
Source: Lecture 2 p18. Bars $X=2,3,4$ correspond to normal area $1.5 < X < 4.5$. Exact 0.190674; normal 0.188551.

连续性修正的整数柱与正态面积

5.14 L2 未编号的频数与均值示例

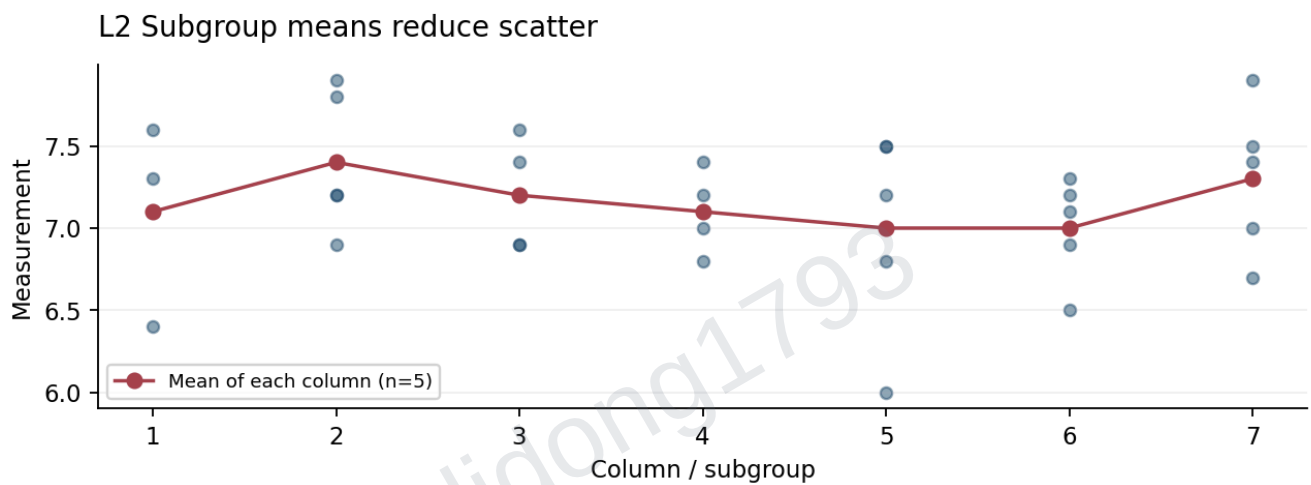
涉及知识点：频数和累计频数；频数加权平均；极差和样本标准差；子组均值的波动小于单件（见 2.2、2.4）。

第 3 页的骰子频数是 6、5、10、5、4、7，合计 37；累计频数 6、11、21、26、30、37。频数条形图横轴是 1–6，累计图只会往上走或持平。第 5 页“同均值同极差”的例子见 2.2 的勘误。第 9 页把每列五次观测当一个样本求平均，平均后的波动变小了，这是在演示均值的分布，并不是说某一次平均就等于真实均值。



Source: Lecture 2 pp3,5. Both distributions have mean 3 and range 4, but sample s differs: 1.16775 vs 1.61015.

骰子频数及同均值不同离散度



Source: Lecture 2 p9. Actual five-by-seven table; means recomputed without rounding.

课件五次观测与子组均值

5.15 L3 Example VC 1 为什么取均值

涉及知识点：普通原因与特殊原因；合理子组；均值标准误 $\sigma/\sqrt{n}$ ；同时监控中心和组内波动（见 2.4、3.2）。

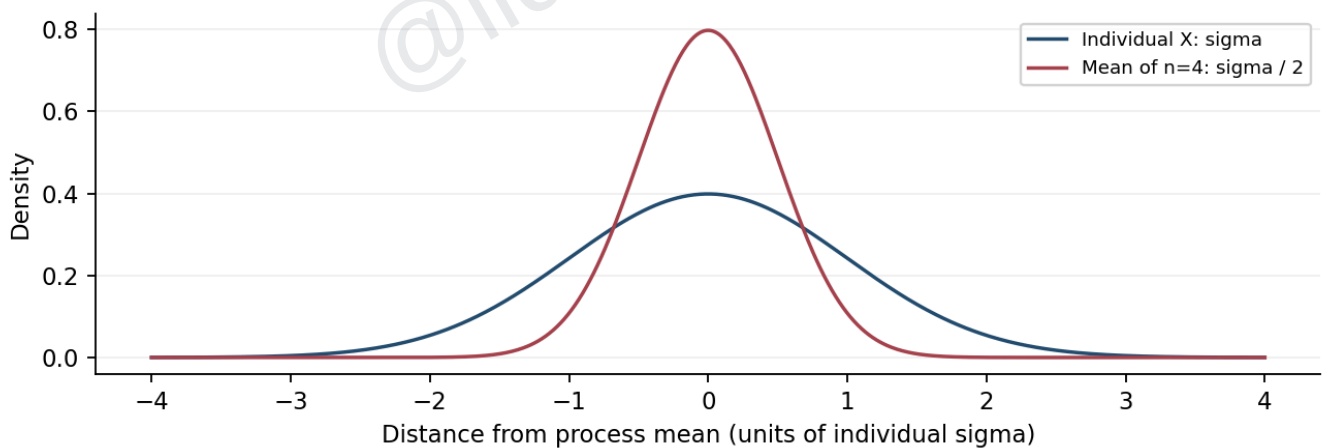
问题：随机波动和特殊原因混在一起，怎么把特殊原因找出来？办法是取合理子组、盯着子组均值。均值的随机部分缩小到 $\sigma/\sqrt{n}$ ，均值一旦漂移就更容易看出来；同时用 R 图或 s 图盯住波动大小。取平均只是压小随机波动，并不能自动把特殊原因全挑出来。来源：L3 第 2-3 页。

TABLE I Groove Dimensions (in inches) of Ignition Keys, Subgroups of $n = 5$ Taken Every 20 Minutes

Subgroup i	Measurements					$\bar{x}_i$	R_i
1	0.0061	0.0084	0.0076	0.0076	0.0044	0.00682	0.0040
2	0.0088	0.0083	0.0076	0.0074	0.0059	0.00760	0.0029
3	0.0080	0.0080	0.0094	0.0075	0.0070	0.00798	0.0024
4	0.0067	0.0076	0.0064	0.0071	0.0088	0.00732	0.0024
5	0.0087	0.0084	0.0088	0.0094	0.0086	0.00878	0.0010
6	0.0071	0.0052	0.0072	0.0088	0.0052	0.00670	0.0036
7	0.0078	0.0089	0.0087	0.0065	0.0068	0.00774	0.0024
8	0.0087	0.0094	0.0086	0.0073	0.0071	0.00822	0.0023
9	0.0074	0.0081	0.0086	0.0083	0.0087	0.00822	0.0013
10	0.0081	0.0065	0.0075	0.0089	0.0097	0.00814	0.0032
11	0.0078	0.0098	0.0081	0.0062	0.0084	0.00806	0.0036
12	0.0089	0.0090	0.0079	0.0087	0.0090	0.00870	0.0011
13	0.0087	0.0075	0.0089	0.0076	0.0081	0.00816	0.0014
14	0.0084	0.0083	0.0072	0.0100	0.0069	0.00816	0.0031
15	0.0074	0.0091	0.0083	0.0078	0.0077	0.00806	0.0017
16	0.0069	0.0093	0.0064	0.0060	0.0064	0.00700	0.0033
17	0.0077	0.0089	0.0091	0.0068	0.0094	0.00838	0.0026
18	0.0089	0.0081	0.0073	0.0091	0.0079	0.00826	0.0018
19	0.0081	0.0090	0.0086	0.0087	0.0080	0.00848	0.0010
20	0.0074	0.0084	0.0092	0.0074	0.0103	0.00854	0.0029
						$\bar{\bar{x}} = 0.007966$	$\bar{\bar{R}} = 0.002406$

VC1 原始数据表 (L3第2页)

VC1 Why subgroup means are more sensitive



Source: Lecture 3 pp2-3. Analytical normal curves, not observed data; $n=4$ shown to explain $\sigma/\sqrt{n}$.

单件与子组均值的分布宽度

5.16 L3 Example VC 2 深度 $\bar{x}$ R 图

涉及知识点: 每组 $\bar{x}$ 、 R 与总体 $\bar{\bar{x}}$ 、 $\bar{\bar{R}}$; $\bar{x}$ - R 图; 常数 A_2 、 D_3 、 D_4 ; 单点出界; 有原因依据的删组和修订 (见 3.3、3.5-3.6)。

25 组数据, 每组测 4 次。数据是编码过的: 35 代表 6.35 mm, 不是 35 mm。第一组 6.35、6.40、6.32、6.37, 平均 6.36, $R=0.08$, $s \approx 0.03367$ 。每组的完整结果见下表。

原组号	四个实际测量 mm	$\bar{x}$ mm	R mm	s mm
1	6.35, 6.40, 6.32, 6.37	6.3600	0.08	0.033665
2	6.46, 6.37, 6.36, 6.41	6.4000	0.10	0.045461
3	6.34, 6.40, 6.34, 6.36	6.3600	0.06	0.028284
4	6.69, 6.64, 6.68, 6.59	6.6500	0.10	0.045461
5	6.38, 6.34, 6.44, 6.40	6.3900	0.10	0.041633
6	6.42, 6.41, 6.43, 6.34	6.4000	0.09	0.040825
7	6.44, 6.41, 6.41, 6.46	6.4300	0.05	0.024495
8	6.33, 6.41, 6.38, 6.36	6.3700	0.08	0.033665
9	6.48, 6.44, 6.47, 6.45	6.4600	0.04	0.018257
10	6.47, 6.43, 6.36, 6.42	6.4200	0.11	0.045461
11	6.38, 6.41, 6.39, 6.38	6.3900	0.03	0.014142
12	6.37, 6.37, 6.41, 6.37	6.3800	0.04	0.020000
13	6.40, 6.38, 6.47, 6.35	6.4000	0.12	0.050990
14	6.38, 6.39, 6.45, 6.42	6.4100	0.07	0.031623
15	6.50, 6.42, 6.43, 6.45	6.4500	0.08	0.035590
16	6.33, 6.35, 6.29, 6.39	6.3400	0.10	0.041633
17	6.41, 6.40, 6.29, 6.34	6.3600	0.12	0.055976
18	6.38, 6.44, 6.28, 6.58	6.4200	0.30	0.125433
19	6.35, 6.41, 6.37, 6.38	6.3775	0.06	0.025000
20	6.56, 6.55, 6.45, 6.48	6.5100	0.11	0.053541
21	6.38, 6.40, 6.45, 6.37	6.4000	0.08	0.035590
22	6.39, 6.42, 6.35, 6.40	6.3900	0.07	0.029439
23	6.42, 6.39, 6.39, 6.36	6.3900	0.06	0.024495
24	6.43, 6.36, 6.35, 6.38	6.3800	0.08	0.035590
25	6.39, 6.38, 6.43, 6.44	6.4100	0.06	0.029439

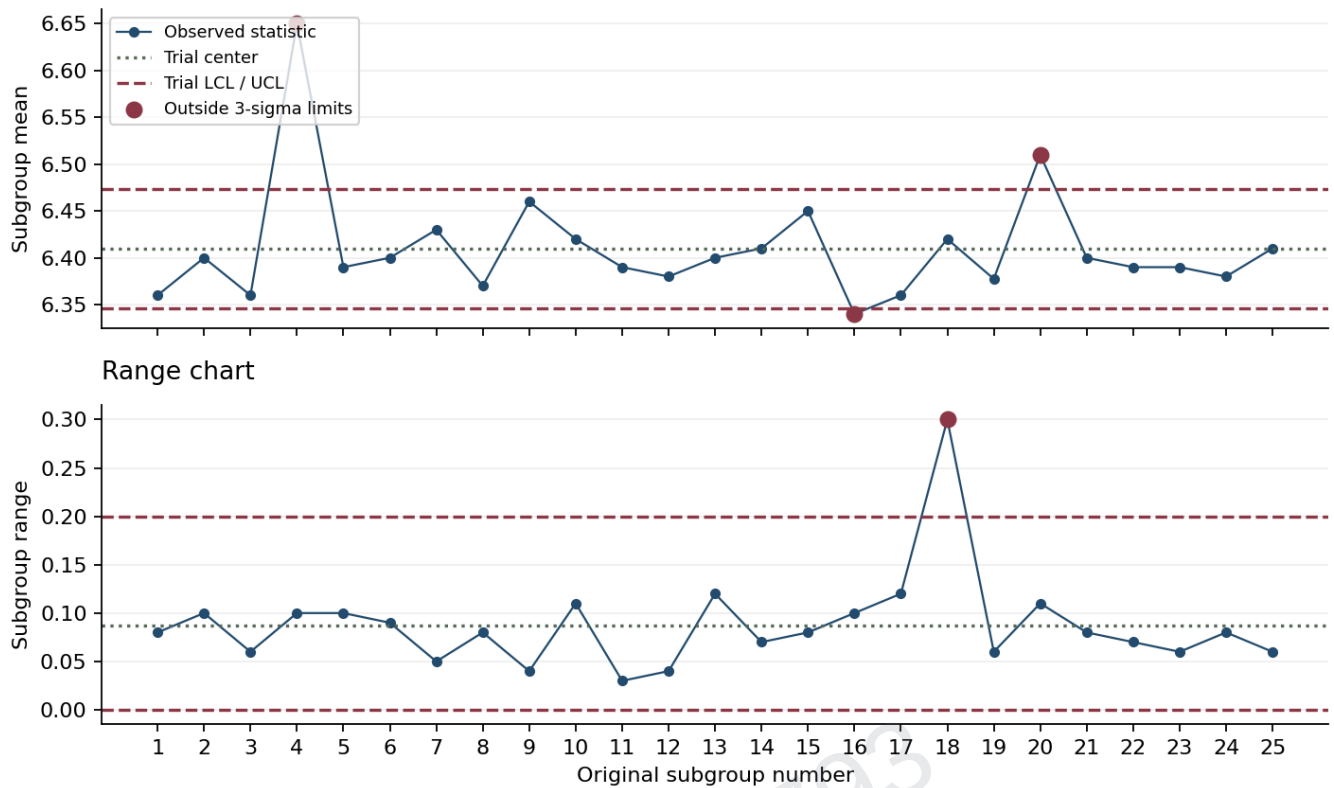
$\Sigma R=2.19$, $\bar{R}=0.0876$; 用原始数据算 $\Sigma \bar{x}=160.2475$, $\bar{\bar{x}}=6.4099$ 。n=4 时 $A_2=0.729$ 、 $D_3=0$ 、 $D_4=2.282$; 均值图界限 [6.346040,6.473760], R 图上限 0.199903。

均值图出界的是第 4、16、20 组, R 图出界的是第 18 组。课件给出了查明的原因: 第 4 组是临时操作工, 第 20 组是坏材料, 第 18 组是油管损坏。第 16 组没有给原因, 所以不能删。

把有原因的 4、18、20 三组拿掉, 剩 22 组: $\Sigma \bar{x}=140.6675$, $\Sigma R=1.68$, $\bar{\bar{x}}=6.393977$, $\bar{R}=0.076364$; 均值图界限 [6.338308,6.449646], R 图上限 0.174262。重新检查会发现, 原第 9、15 组的均值超出了新上限, 需要继续调查, 不能就此说过程已经受控, 也不能顺手把它们删掉。原第 16 组平均 6.34, 这次落在界限内了。

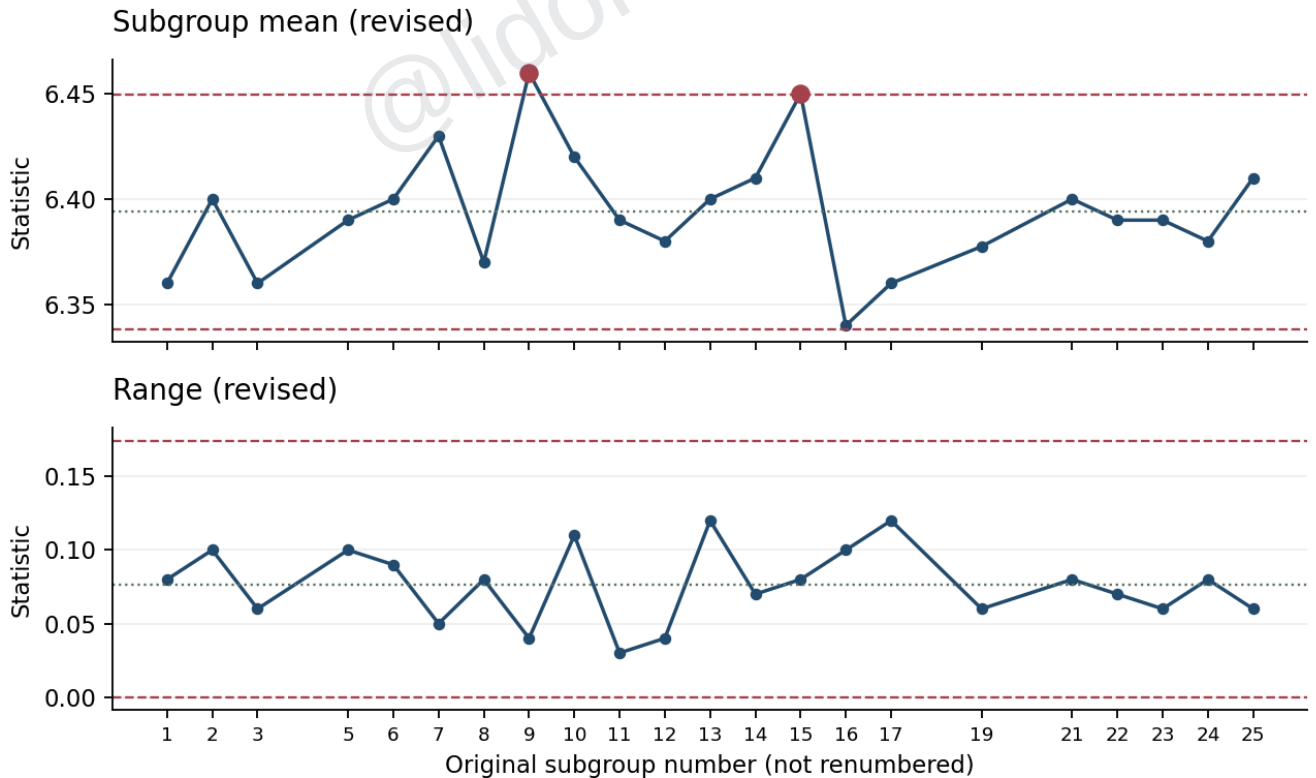
课件第 9 页写的修订后中心是 6.40、 $\bar{R}=0.079$, 用第 6 页的数据去掉这三组后算不出这个结果。这里按原始数据算, 课件的数字只作参照, 两套数别混着用。来源: L3 第 6-9 页。

Lecture Example VC-2 Depth mean and range



Source: Lecture 3 p6 raw measurements; depth in mm; n=4. Trial limits shown; additional run-rule signals are explained in the guide.

深度均值与极差图



Source: Lecture 3 pp6-11. Removed original groups: [4, 18, 20]. Recheck remaining signals; removal requires known causes.

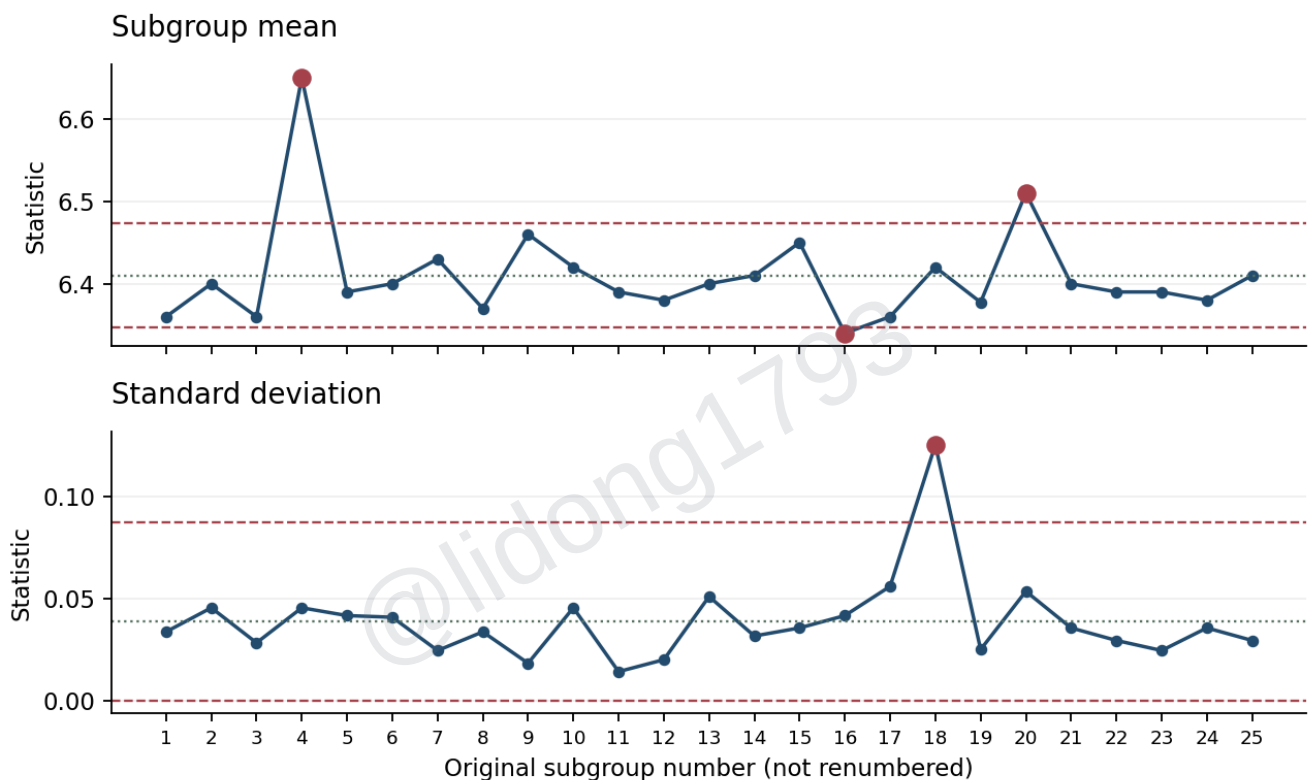
深度数据删除已知原因组后的修订图

5.17 L3 Example VC 2 的 $\bar{x}$ s 图

涉及知识点：每组样本标准差 s ；平均 $\bar{s}$ ； $\bar{x}$ - s 图及 A_3 、 B_3 、 B_4 ；均值图与 s 图统一删整组（见 3.4、3.6）。

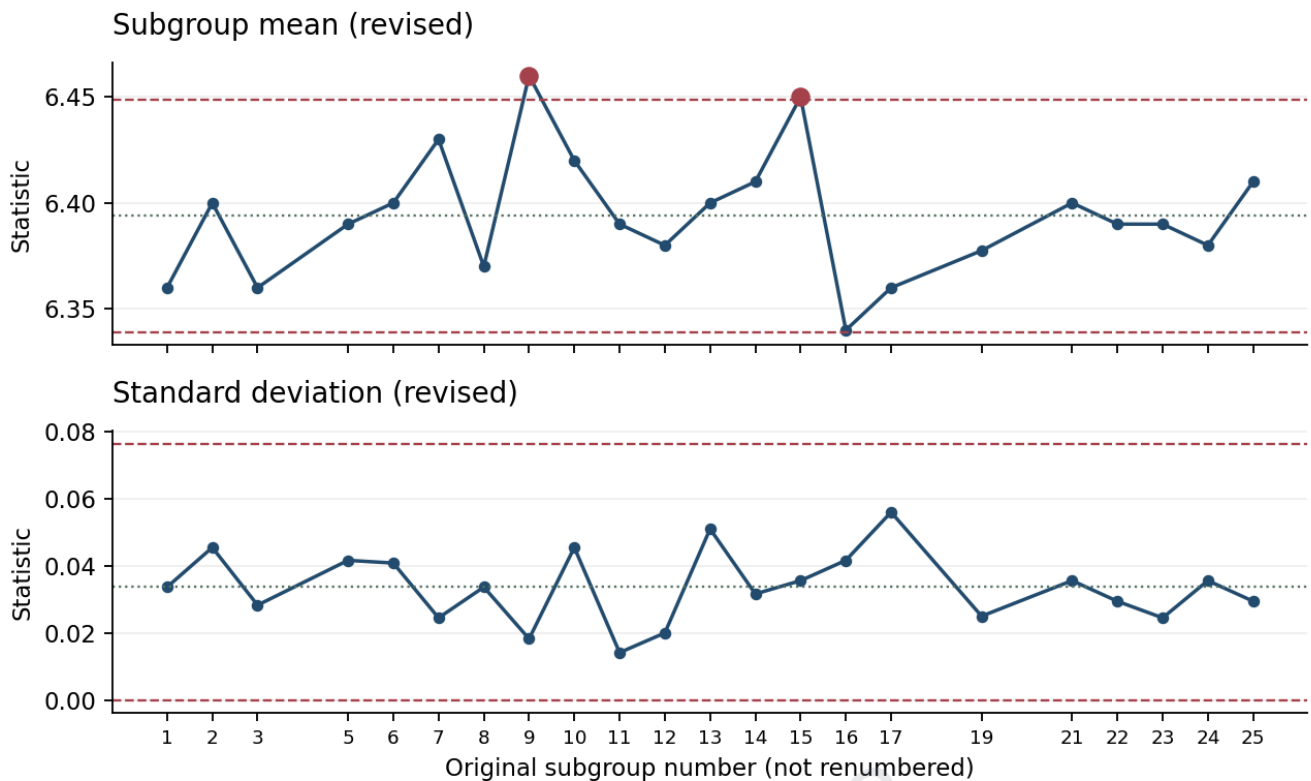
同一组深度数据， $\Sigma s \approx 0.96568913$ ， $\bar{s} \approx 0.03862757$ 。用原始组内数据重算，均值图界限
= $6.4099 \pm 1.628 \times 0.03862757 = [6.347014, 6.472786]$ ； s 图上限= $2.266 \times 0.03862757 = 0.087530$ 。均值图出界的
仍是第 4、16、20 组， s 图是第 18 组出界。

课件按显示出来的数写 $\Sigma s \approx 0.965$ 、 $\bar{s} \approx 0.039$ ，这点舍入差别没问题。麻烦在第 11 页的修订：文字、均值式子和 s 式子删的组对不上。均值式子减掉了 6.65 和 6.51（第 4、20 组）， s 式子只删了第 18 组。如果 4、18、20 都确
认是特殊原因，就应该三组一起删。统一删掉以后：新中心= 6.393977 ， $\bar{s} \approx 0.03369339$ ；均值图界限约
[6.339124, 6.448830]， s 图上限 ≈ 0.076348 。原第 9、15 组同样出现均值信号，要去查。来源：L3 第 10–11 页。



Source: Lecture 3 pp6-11. Trial limits from the original data. Red markers show single-point 3-sigma signals.

深度数据的均值与标准差图



Source: Lecture 3 pp6-11. Removed original groups: [4, 18, 20]. Recheck remaining signals; removal requires known causes.

深度均值与标准差图的统一删组修订

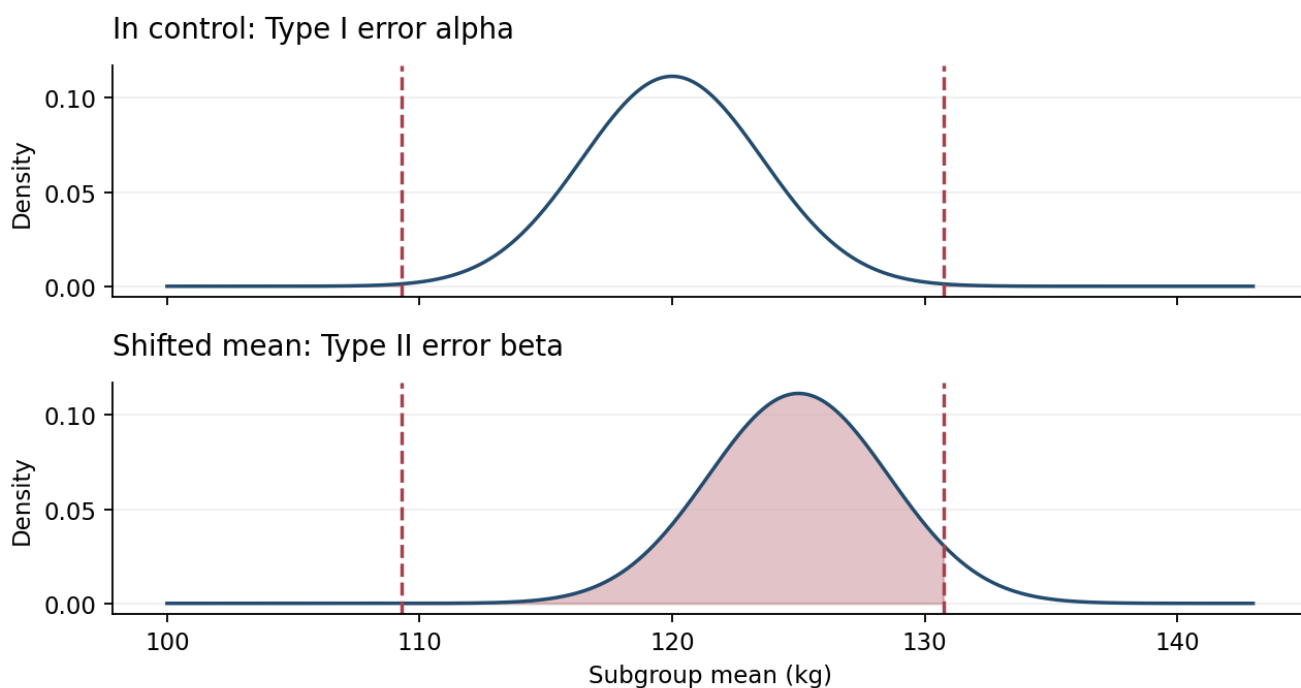
5.18 L3 Example VC 3 误报漏报

涉及知识点：均值分布和标准误；固定控制界限；第一类错误 α （误报）；第二类错误 β （漏报）；检出率 $1-\beta$ （见 3.7）。

$\mu_0=120$ kg、 $\sigma=8$ kg、 $n=5$ 。标准误= $8/\sqrt{5}=3.577709$ ；原界限= $120\pm 3\times 3.577709$ ，即 [109.266874, 130.733126]。

(a) Type I 概率= $2[1-\Phi(3)]=0.0026998=0.26998\%$ 。

(b) 均值变成 125 kg， σ 不变。下限 $z=(109.266874-125)/3.577709=-4.397542$ ；上限 $z=(130.733126-125)/3.577709=1.602458$ 。 $\beta=\Phi(1.602458)-\Phi(-4.397542)=0.945467$ ，约 94.55%，也就是说下一个样本只有 5.453% 的机会报警。均值只偏了一点点时，单靠 3σ 出界这一条规则很难抓到。来源：L3 第 13 页。



Source: Lecture 3 p13. $n=5$, $\sigma=8$; fixed limits 109.266874 and 130.733126. $\alpha=0.26998\%$; $\beta=94.5467\%$.

原控制界限下的误报与漏报面积

5.19 L3 Exercise VC 1 图片中的 25 组

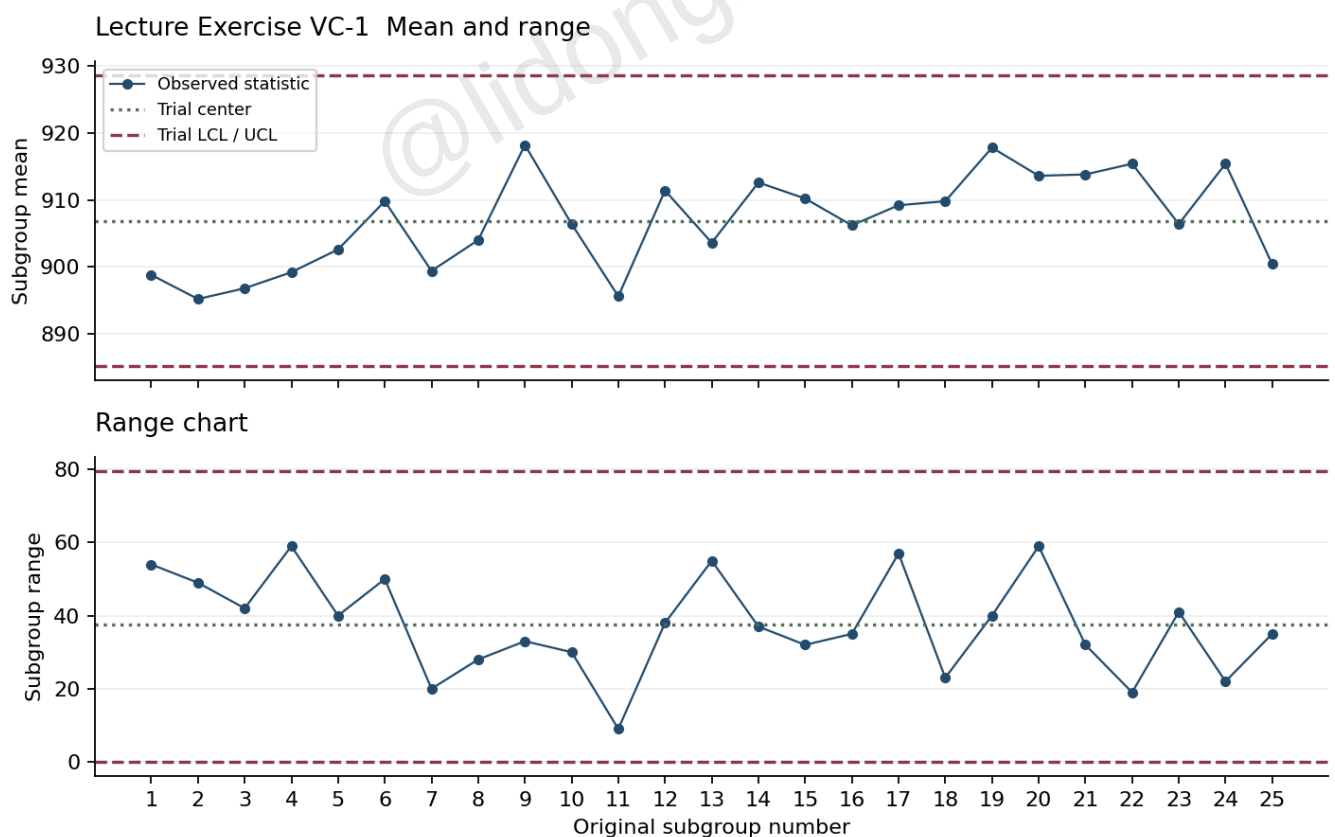
涉及知识点：原始数据转成 $\bar{x}$ 和 R ； $n=5$ 的控制图常数； 3σ 界限；连续 5 点中 4 点在同侧 1σ 以外（见 3.3、3.5）。

这道练习是整数测量值，每组 $n=5$ ，规格 850–950。原 PDF 里的表是一张旋转过的图片，下面把 125 个数全部转录出来再算。它和第 18 页那套英寸数据不是同一套。

原组号	五个测量	$\bar{x}$	R
1	933, 897, 885, 900, 879	898.8	54
2	911, 898, 900, 905, 862	895.2	49
3	889, 915, 905, 902, 873	896.8	42
4	882, 913, 930, 900, 871	899.2	59
5	903, 930, 890, 890, 900	902.6	40
6	890, 940, 895, 909, 915	909.8	50
7	892, 912, 895, 896, 902	899.4	20
8	908, 920, 892, 894, 906	904.0	28
9	895, 920, 922, 928, 926	918.2	33
10	916, 890, 891, 920, 915	906.4	30
11	901, 892, 892, 895, 898	895.6	9
12	908, 895, 896, 925, 933	911.4	38
13	909, 904, 906, 872, 927	903.6	55
14	895, 902, 902, 932, 932	912.6	37

原组号	五个测量	$\bar{x}$	R
15	893, 906, 917, 910, 925	910.2	32
16	909, 907, 904, 923, 888	906.2	35
17	885, 892, 942, 911, 916	909.2	57
18	897, 904, 916, 912, 920	909.8	23
19	912, 896, 932, 936, 913	917.8	40
20	882, 894, 941, 934, 917	913.6	59
21	896, 912, 907, 928, 926	913.8	32
22	912, 909, 913, 915, 928	915.4	19
23	926, 903, 908, 910, 885	906.4	41
24	917, 903, 918, 914, 925	915.4	22
25	884, 889, 912, 919, 898	900.4	35

$\bar{\bar{x}}=906.872$, $\bar{R}=37.56$ 。n=5 时均值图界限= $906.872 \pm 0.577 \times 37.56 = [885.19988, 928.54412]$; R 图上限= $2.114 \times 37.56 = 79.40184$, 下限 0。没有点出界。不过原第 1-4 组的均值 898.8、895.2、896.8、899.2 都在下侧 1σ 线 899.64796 以下, 第 5 组是 902.6, 所以到第 5 个点时触发了“连续 5 点中 4 点在同侧 1σ 以外”。课件列的其他模式都没出现。结论是要去调查, 不能因为没出界就说完全受控; 题目也没给出原因, 所以不删任何组。来源: L3 第 17 页。



Source: Lecture 3 p17 image transcribed; n=5. Trial limits shown; additional run-rule signals are explained in the guide.

整数练习的均值与极差图

5.20 L3 Exercise VC 2 图片中的 20 组

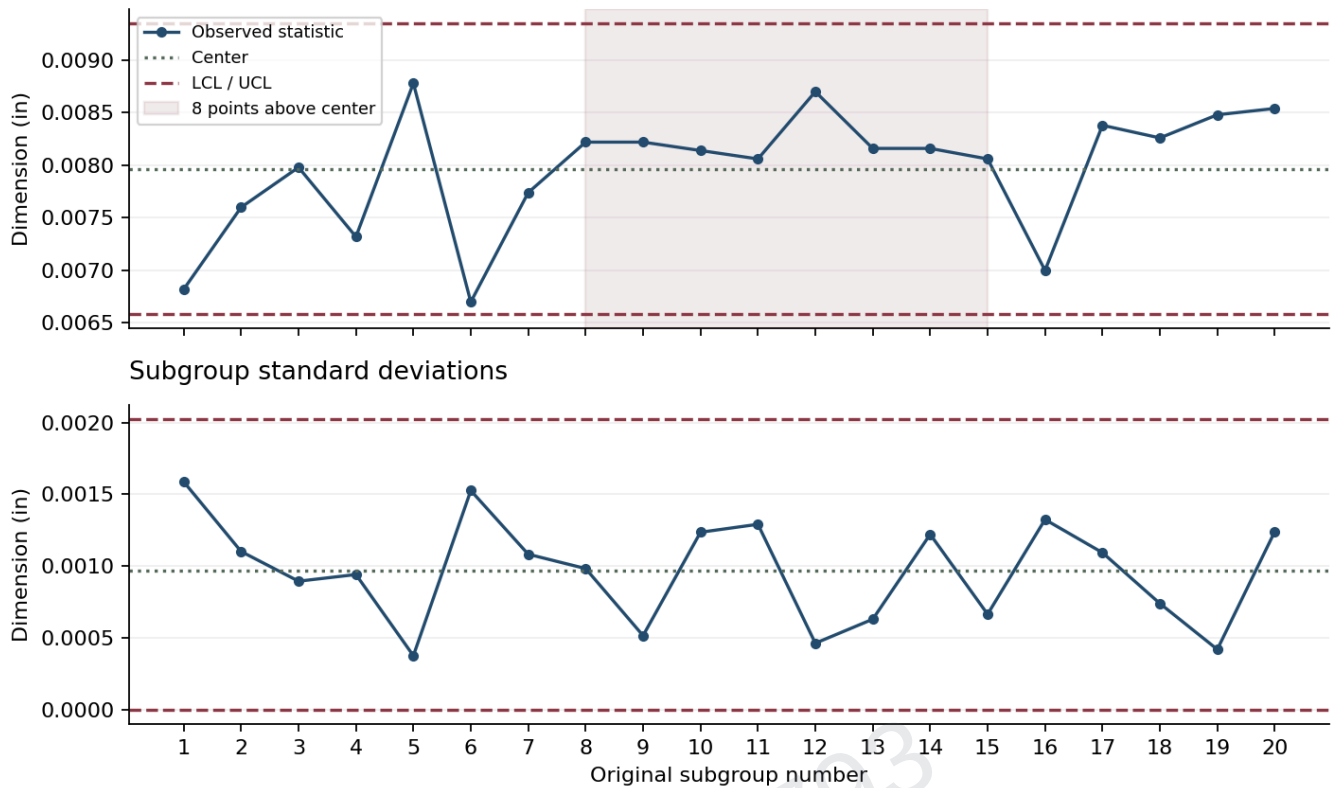
涉及知识点： $\bar{x}$ -s 图； $n=5$ 的 A_3 、 B_4 ；点在界限内仍可能有异常；连续 7 点同侧规则（见 3.4–3.5）。

这是另一套沟槽尺寸 groove dimension 的英寸数据， $n=5$ 。图里 $\bar{\bar{x}}=0.007966$ ， $\bar{s}\approx 0.0009672$ ；每组均值和 s 如下。

组号	$\bar{x}$ in	s in
1	0.00682	0.0015881
2	0.00760	0.0011023
3	0.00798	0.0008955
4	0.00732	0.0009418
5	0.00878	0.0003768
6	0.00670	0.0015264
7	0.00774	0.0010831
8	0.00822	0.0009834
9	0.00822	0.0005167
10	0.00814	0.0012361
11	0.00806	0.0012915
12	0.00870	0.0004637
13	0.00816	0.0006309
14	0.00816	0.0012219
15	0.00806	0.0006656
16	0.00700	0.0013248
17	0.00838	0.0010941
18	0.00826	0.0007403
19	0.00848	0.0004207
20	0.00854	0.0012402

$A_3=1.427$ 、 $B_3=0$ 、 $B_4=2.089$ 。均值图界限 $\approx[0.006585813, 0.009346187]$ ； s 图上限 ≈ 0.002020470 。没有点出界，但第 8–15 组连续八个点都在中心线同一侧，按本课“连续 7 点同侧”的规则算是信号。应该先查有没有特殊原因，不能直接删掉这八组。下一题 PC-1 的题干明确说调查后没找到原因、当作稳定处理，后面的能力计算就是在这个假设下做的。来源：L3 第 18 页。

Lecture Exercise VC-2 Subgroup means



Source: Lecture 3 p18 image transcribed. $n=5$; highlighted mean run triggers the course rule.

英寸数据的均值与标准差图

5.21 L4 Example PC 1 沟槽不合格率

涉及知识点: 由 $\bar{R}/d_2$ 或 $\bar{s}/c_4$ 估计单件 σ ; 规格界限; 正态两尾不合格率; 均值居中; C_p 与 C_{pk} (见 4.1-4.2)。

题目假设过程稳定、近似正态。规格 0.0072 ± 0.002 in, 所以 $LSL=0.0052$ 、 $USL=0.0092$, $\mu=0.007966$ 。

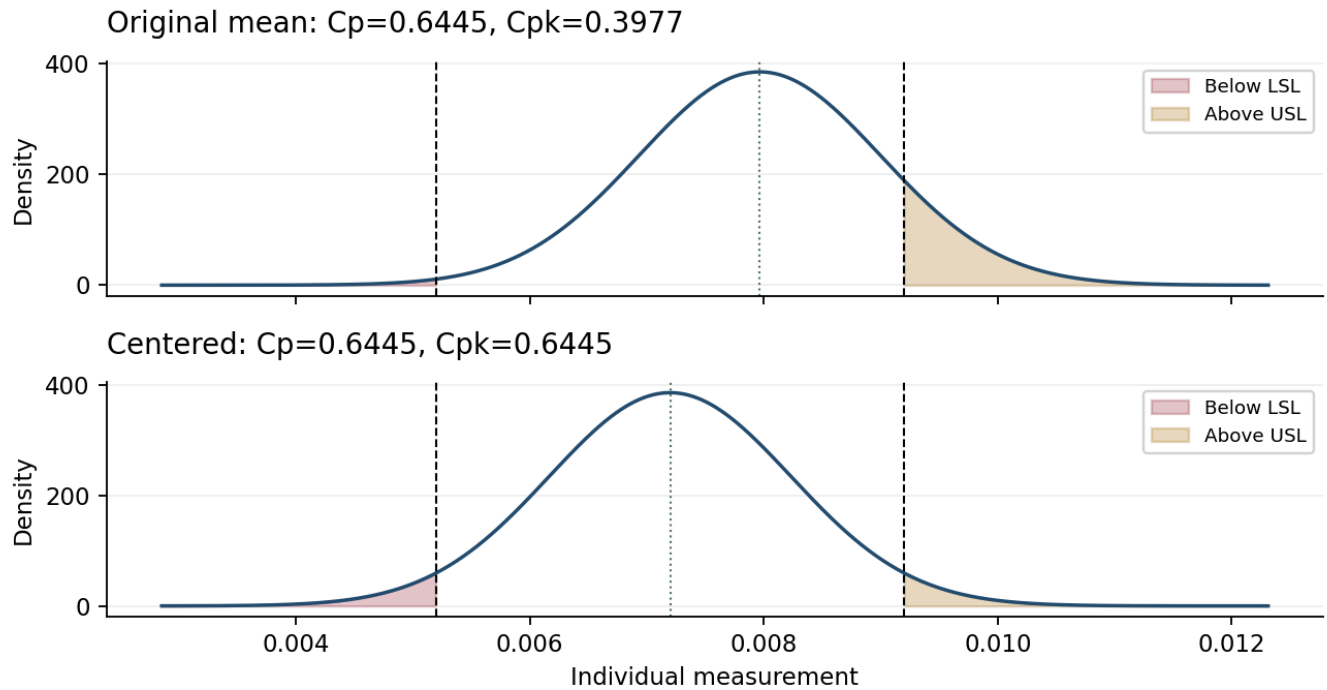
$\bar{R}=0.002406$ 、 $d_2=2.326$, 得 $\sigma=0.001034394$; 用 $\bar{s}/c_4$ 也可以, $\approx 0.0009672/0.94 \approx 0.001029$ 。

用 R 法精确算: $z_{上}=(0.0092-0.007966)/0.001034394=1.19297$, $z_{下}=(0.0052-0.007966)/0.001034394 \approx -2.67403$;

上尾约 11.6441%, 下尾约 0.3747%, 合计约 12.0188%。课件先把 σ 取成 0.00103、 z 取两位小数, 得到约 11.87%。差别主要来自中间舍入和估计方法, 两种算法结果不会完全一样。

如果把均值调到 0.0072、 σ 不变, 同样用 R 法, 两侧合计 $\approx 5.3175\%$; 课件的舍入算法约 5.24%。调中心有帮助, 但不合格率还是偏高, 因为 $C_p \approx 0.6445 < 1$, 问题出在波动太大。来源: L4 第 4 页。

PC1 Groove nonconformance



Source: Lecture 4 p4. Same sigma before and after centering. Specification limits: 0.0052, 0.0092.

沟槽居中前后与两侧不合格面积

5.22 L4 Example PC 2 销钉报废与返工

涉及知识点：左尾报废与右尾返工；均值移动对两尾的影响；由 z 反推 μ ；正态尾部概率不会严格为零（见 2.3、4.2）。

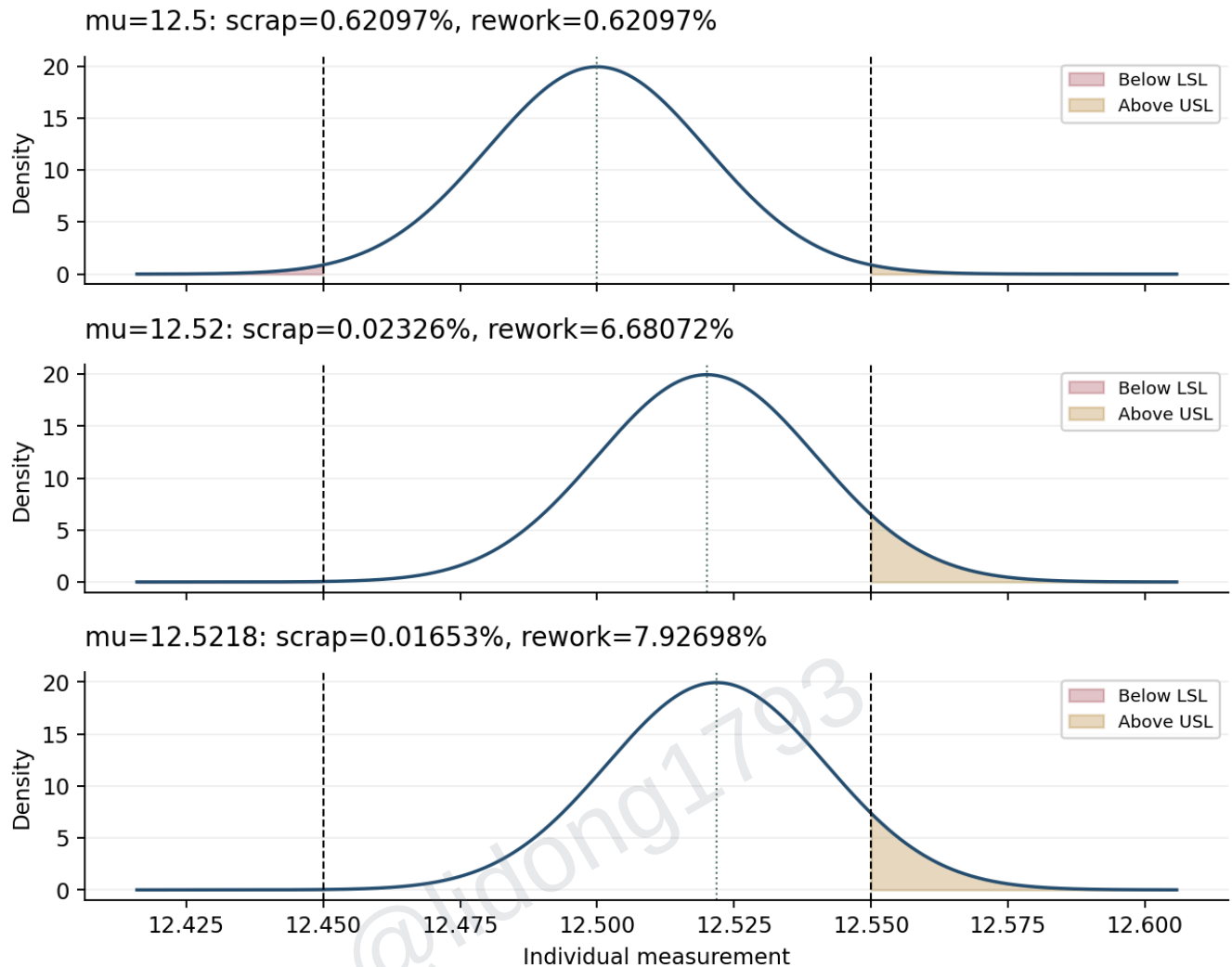
题目写 “tolerance 0.05” 有点含糊，但图上规格明确是 12.45–12.55 mm，这里按半宽 ± 0.05 理解。 $\mu=12.50$ 、 $\sigma=0.02$ ，做小了只能报废，做大了可以返工。

(a) 小于 LSL: $z=(12.45-12.50)/0.02=-2.5$ ，报废率=0.62097%。上侧对称，返工率也是 0.62097%。

(b) 课件把 μ 调高到 12.52。这时下侧 $z=-3.5$ ，报废率还剩 0.023263%；上侧 $z=1.5$ ，返工率=6.68072%。只要 $\sigma>0$ ，正态分布的尾巴就不会是 0，报废率不可能严格降到零。如果按课件 $z=-3.59$ 的目标来定， μ 应该是 12.5218，对应报废 $\approx 0.016534\%$ 、返工 $\approx 7.92698\%$ ，而不是课件同一页写的 6.68%。

所以题目说 “消除报废” 又没给允许的尾部概率时，可以写：课件的意思是把报废降到很小， $\mu\approx 12.52$ 时返工约 6.68%。别写成数学上的零。来源：L4 第 5 页。

PC2 Pin scrap and rework



Source: Lecture 4 p5. Third mean solves the slide $z=-3.59$ condition; finite normal tails remain positive. Specification limits: 12.45, 12.55.

销钉均值移动后的报废与返工面积

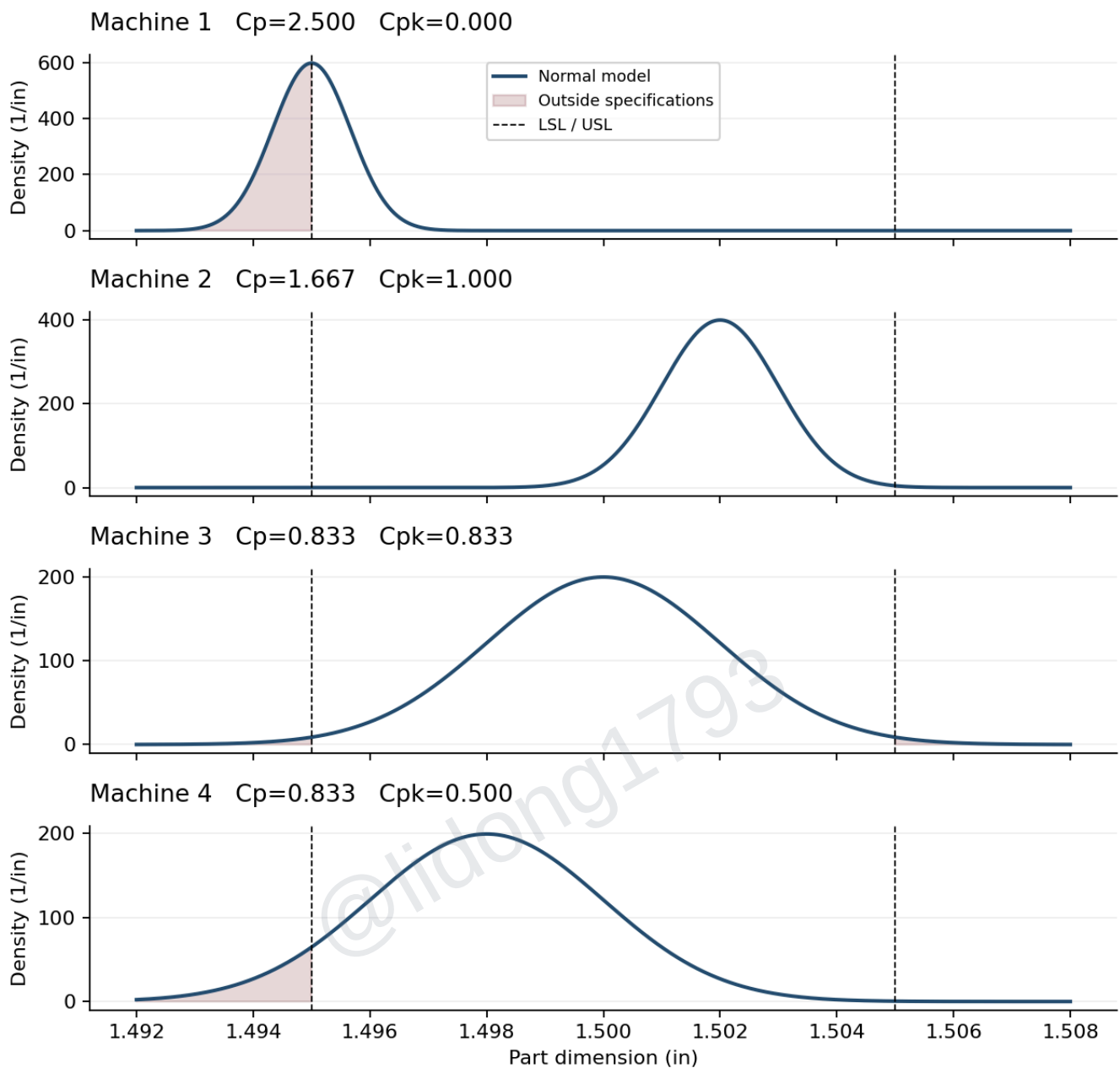
5.23 L4 四机器能力练习

涉及知识点： 6σ 与规格宽度； C_p 看宽度、 C_{pk} 看偏移；正常分布的两侧尾部；改善中心或降低波动（见 4.1–4.2）。

规格 1.5 ± 0.005 in，即 $[1.495, 1.505]$ 。题目给的是 6σ ，不是 σ ，先除以 6。四台机器都假设稳定、正态。315、255、330、365 是各台机器研究时用的观测数，不是让你再拿 σ 去除 $\sqrt{n}$ 的。

机器	μ in	6σ in	σ in	C_p	C_{pk}	两尾不合格 %
1	1.495	0.004	0.000667	2.5000	0.0000	50.0000
2	1.502	0.006	0.001000	1.6667	1.0000	0.1350
3	1.500	0.012	0.002000	0.8333	0.8333	1.2419
4	1.498	0.012	0.002000	0.8333	0.5000	6.7040

(a) 在同一条横轴上标出规格界限，把四台机器的正态曲线按各自的 μ 和 σ 画上去。机器 1 最窄，但中心压在下限上；机器 2 比较窄，略微偏上；机器 3 居中但比较宽；机器 4 又宽又偏下。见下图。



Source: Lecture 4 p8. Normal PDFs use the given means and sigma = spread / 6.

四台机器能力比较

(b) 如果中心好调：选机器 1。把 μ 调到 1.500 以后，潜在 $C_p=2.5$ ，最好。

(c) 如果中心调不了、又想返工和报废最少：选机器 2。它两侧合计不合格约 0.1350%，比机器 3 的 1.2419%、机器 4 的 6.7040%、机器 1 的约 50% 都低。

(d) 机器 1 调中心；机器 2 能调就再居中一点，继续监控；机器 3 要降波动；机器 4 既要调中心又要降波动。这题想说明， C_p 最高的机器不一定是眼下表现最好的。来源：L4 第 8 页。

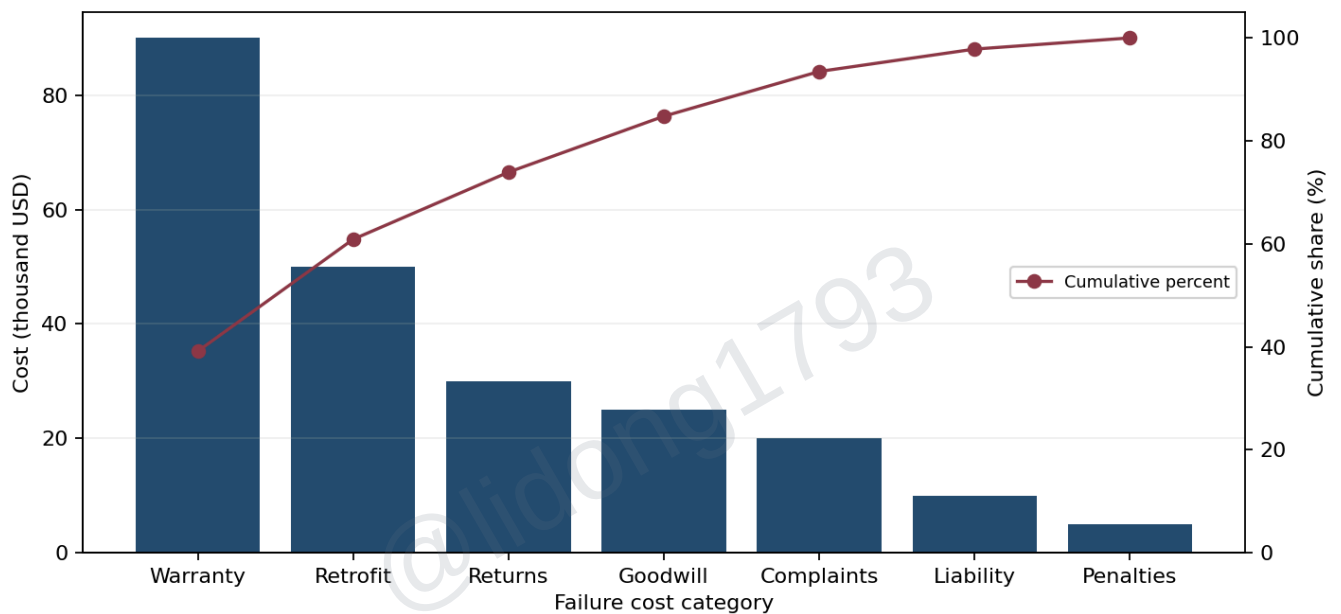
6 主复习范围 Tutorial 全解

6.1 Exercise 1 Ex 1.1 Pareto 成本

一家手机厂的外部失败成本，单位千美元，按金额画 Pareto 图。原始数据：complaints 20、returned goods 30、retrofit 50、warranty 90、liability 10、penalties 5、goodwill 25，合计 230。

排序后的类别	金额 千美元	累计金额	累计 %
Warranty	90	90	39.13
Retrofit	50	140	60.87
Returns	30	170	73.91
Goodwill	25	195	84.78
Complaints	20	215	93.48
Liability	10	225	97.83
Penalties	5	230	100.00

Tutorial Ex 1.1 External failure costs



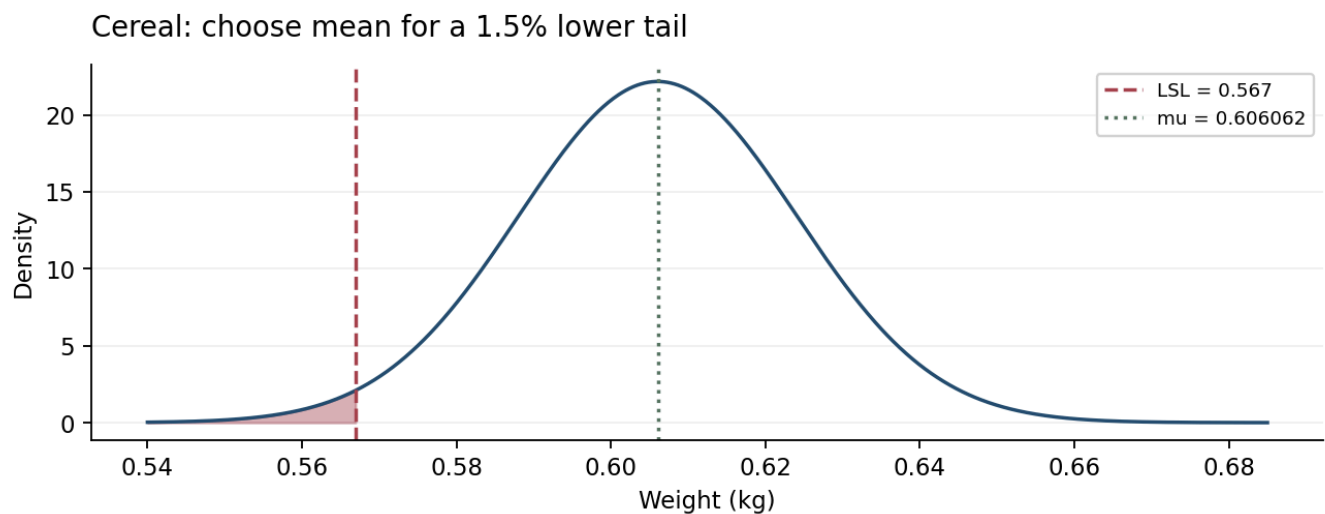
Source: Tutorial p1. Categories sorted by cost; cumulative share = cumulative cost / 230.

Tutorial Pareto

先处理 warranty claims，其次是 retrofit，这两项占 60.87%。要累计到 80% 以上，还得加上 returned goods 和 customer goodwill，四项合计 84.78%。画图时横轴放按金额从大到小排的类别，左轴是千美元，右轴是累计百分比。来源：T 第 1 页。

6.2 Exercise 1 Ex 1.2 麦片反求均值

要求 $P(X < 0.567) = 0.015$, $\sigma = 0.018$ kg, 近似正态。左累计 0.015 对应 $z = -2.17009$ 。由 $(0.567 - \mu) / 0.018 = -2.17009$ 得 $\mu = 0.567 + 2.17009 \times 0.018 = 0.606062$ kg。灌装均值肯定要比下限高，如果算出来更低，就是符号或尾巴方向弄反了。来源：T 第 1 页。



Source: Tutorial p1 Ex1.2; Assignment A1 p1 Q3(a). $\sigma=0.018$; $\Phi(z)=0.015$; $\text{mean}=0.606061627$ kg.

麦片反求均值与1.5%左尾

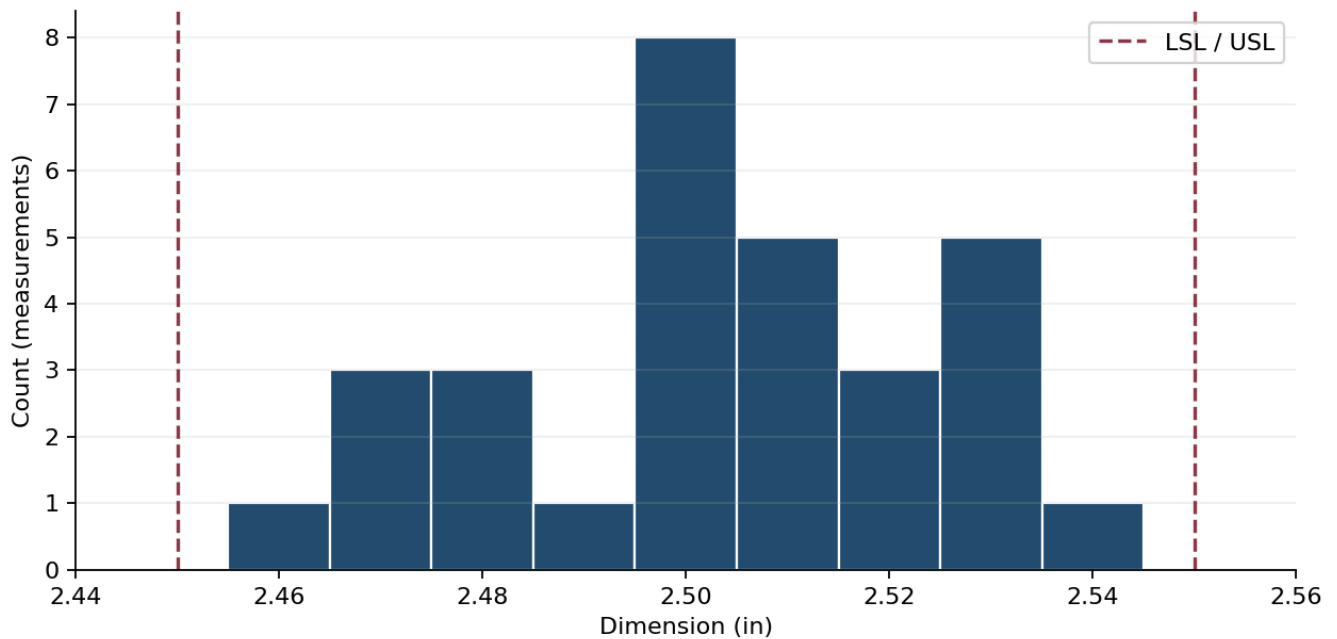
6.3 Exercise 1 Ex 1.3 三十个测量

原始数据 (in) : 2.54、2.52、2.50、2.52、2.50、2.47、2.48、2.51、2.53、2.53; 2.50、2.51、2.50、2.47、2.49、2.50、2.50、2.46、2.48、2.48; 2.50、2.51、2.53、2.51、2.53、2.53、2.52、2.47、2.51、2.50。规格 [2.45,2.55]。

(a) 用宽 0.01 in 的相邻区间, 比如 [2.455,2.465)、[2.465,2.475).....频数如下。数据本身精确到 0.01, 这样分组刚好让每个读数落在区间中间, 画起来方便。

组中值 in	频数
2.46	1
2.47	3
2.48	3
2.49	1
2.5	8
2.51	5
2.52	3
2.53	5
2.54	1

Tutorial Ex 1.3 Thirty measured dimensions



Source: Tutorial p1. Bin width 0.01 in; all 30 observed values satisfy specifications.

Tutorial histogram

(b) $\Sigma x = 75.1$, $\Sigma x^2 = 188.0134$, $n = 30$; $\bar{x} = 75.1/30 = 2.503333$ in. 偏差平方和 $= 188.0134 - 75.1^2/30 = 0.013066667$; $s = \sqrt{(0.013066667/29)} = 0.021226745$ in.

(c) 题目问的是 “these measurements”，这 30 个数全在规格内，所以样本里超规格的比例是 $0/30 = 0\%$ 。如果问的是假设正态时整个过程以后会有多少超规格，那约是 1.9950%。前者是样本事实，后者是模型预测，别弄混。

(d) 按 empirical rule，约 99% (准确说 99.73%) 落在 $\bar{x} \pm 3s$ ，即 $[2.439653, 2.567014]$ in。如果要严格的中间 99%，是 $[2.448657, 2.558010]$ in。两种都写上比较稳妥。

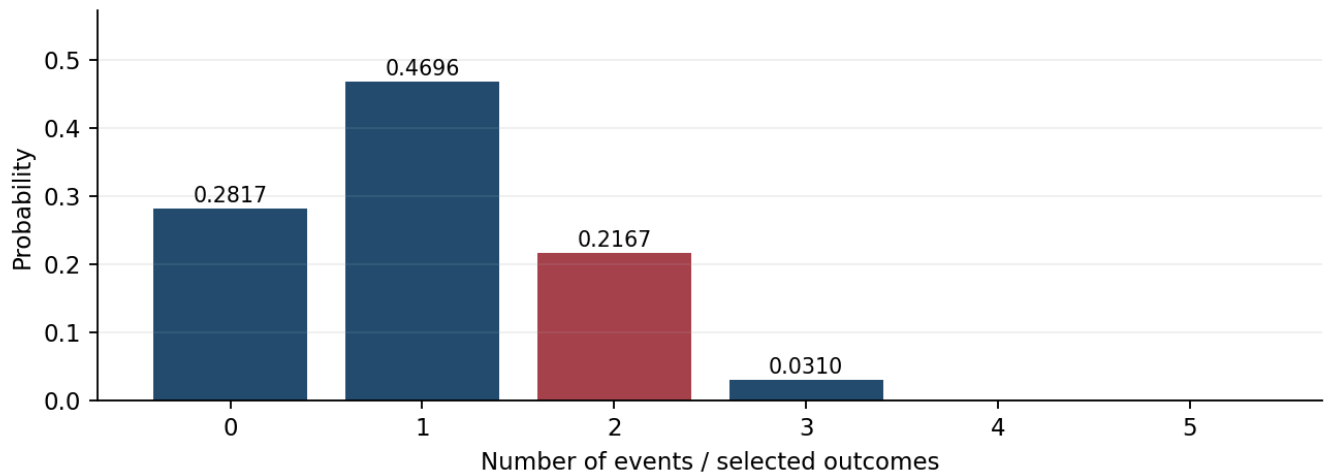
(e) (c) 说的是这 30 个样本实际合格的情况；(d) 是假设过程稳定、近似正态时，对整个过程分布范围的估计。30 个数都没超，不代表长期生产永远不会超。来源：T 第 1 页。

6.4 Exercise 2 Ex 2.1 不放回

20 件里 4 件坏、16 件好，随机不放回抽 5 件，求恰好 3 好 2 坏。用超几何：

$P = \frac{C(4,2)C(16,3)}{C(20,5)} = \frac{6 \times 560}{15504} = 0.216718266$ ，约 21.6718%。这题不能用二项求精确解，因为每抽走一件，剩下的比例就变了。来源：T 第 1 页。

Tutorial Ex2.1: without replacement



Source: Tutorial p1. $N=20$, $D=4$, $n=5$; $P(X=2)=0.216718$. Highlighted bars form the event in the question.

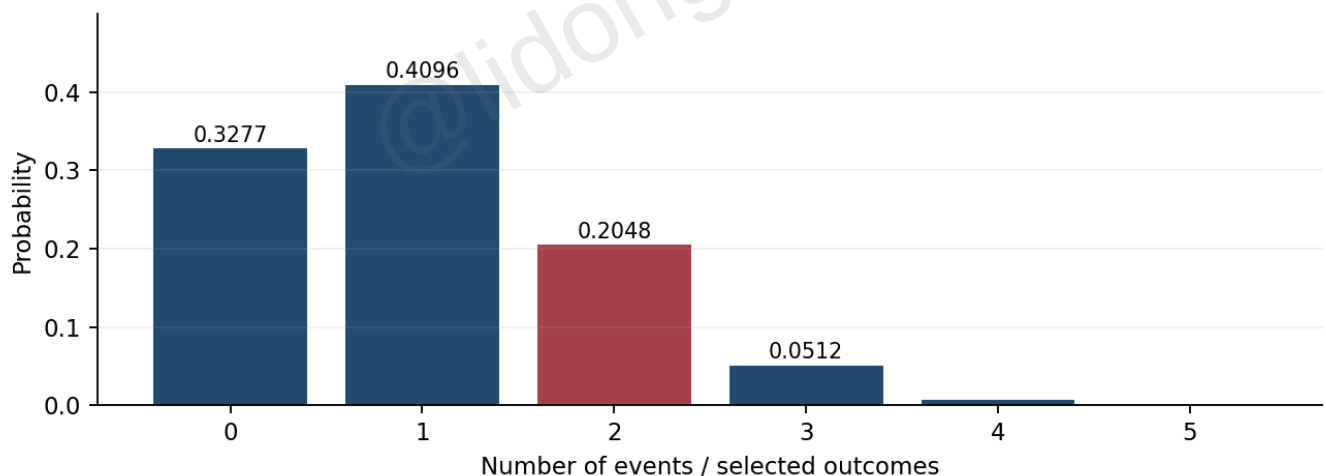
不放回抽样的超几何分布

6.5 Exercise 2 Ex 2.2 放回

还是同一盒，但每次抽完放回、混匀。 $p=4/20=0.2$, $n=5$ 。用二项：

$P(X=2)=C(5,2) \times 0.2^2 \times 0.8^3 = 10 \times 0.04 \times 0.512 = 0.2048$ ，约 20.48%。这里不需要再乘 $C(16,3)$ ，那是超几何的写法。来源：T 第 1 页。

Tutorial Ex2.2: with replacement



Source: Tutorial p1; Assignment A1 Q4(b). $n=5$, $p=0.2$; $P(X=2)=0.2048$. Highlighted bars form the event in the question.

放回抽样的二项分布

6.6 Tutorial 1 Question 1.1 塑料绳 $\bar{x}$ R 图

25 组，每组 4 件，题目已经给出每组的均值和极差。

原组号	$\bar{x}$	R
1	476	32
2	466	24
3	484	32

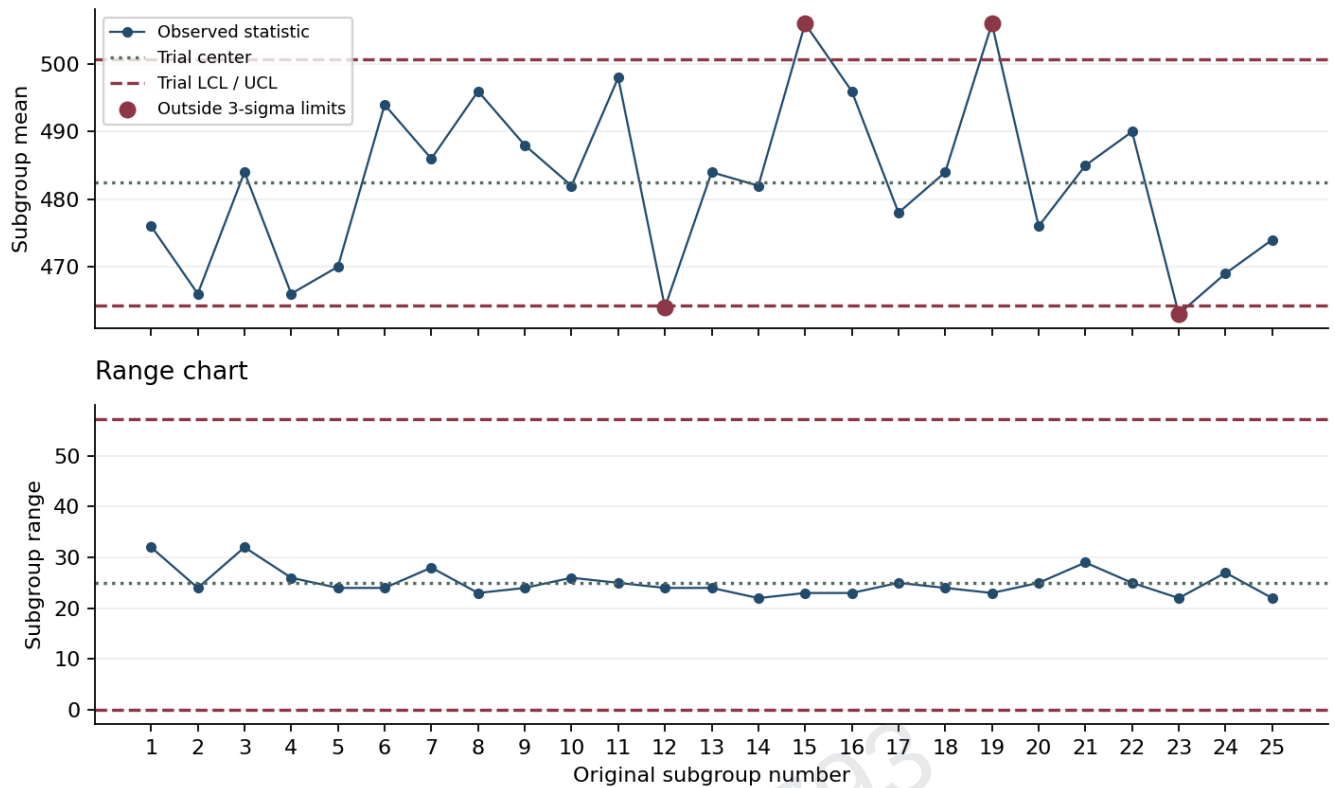
原组号	$\bar{x}$	R
4	466	26
5	470	24
6	494	24
7	486	28
8	496	23
9	488	24
10	482	26
11	498	25
12	464	24
13	484	24
14	482	22
15	506	23
16	496	23
17	478	25
18	484	24
19	506	23
20	476	25
21	485	29
22	490	25
23	463	22
24	469	27
25	474	22

(a) $\Sigma\bar{x}=12063$, $\Sigma R=626$, $\bar{\bar{x}}=482.52$, $\bar{R}=25.04$; $n=4$ 查得 $A_2=0.729$ 、 $D_3=0$ 、 $D_4=2.282$ 。均值图界限 $[464.26584, 500.77416]$, R 图 $[0, 57.14128]$, 中心线分别是 482.52 和 25.04。

(b) R 图没有点出界。均值图出界的是原第 12 组 (464)、15 组 (506)、19 组 (506)、23 组 (463), 共 4 组。第 2、4 组都是 466, 没超 3σ 界限, 别算进去。如果把课件的模式规则全用上, 还会看到“连续 3 点中 2 点在同侧 2σ 以外”: 窗口 2-4、3-5、4-6 在下侧, 14-16、15-17 在上侧, 22-24、23-25 在下侧; 另外窗口 1-5 在下侧触发“5 点中 4 点在 1σ 以外”。所以“4 组”指的是出界点的数量, 不是全部信号的数量。

(c) 题目说的“out of control points”按上面 4 个出界点处理, 并假设它们都有可以排除的特殊原因。剩 21 组: $\Sigma\bar{x}=10084$, $\Sigma R=532$; 新均值中心线 $=10084/21=482.095238$, 新 R 中心线 $=532/21=25.428571$ 。均值图界限 $[463.557810, 500.632667]$, R 图上限 58.028、下限 0。剩下的点都没出界。不过如果模式规则也算, 原第 2、3、4 组在下侧仍然触发“3 中 2 在 2σ 以外”, 还得接着查, 不能说已经完全稳定。如果老师要求按模式信号也删组, 要先说明是哪几组查到了原因, 不能把整个窗口一刀切掉。

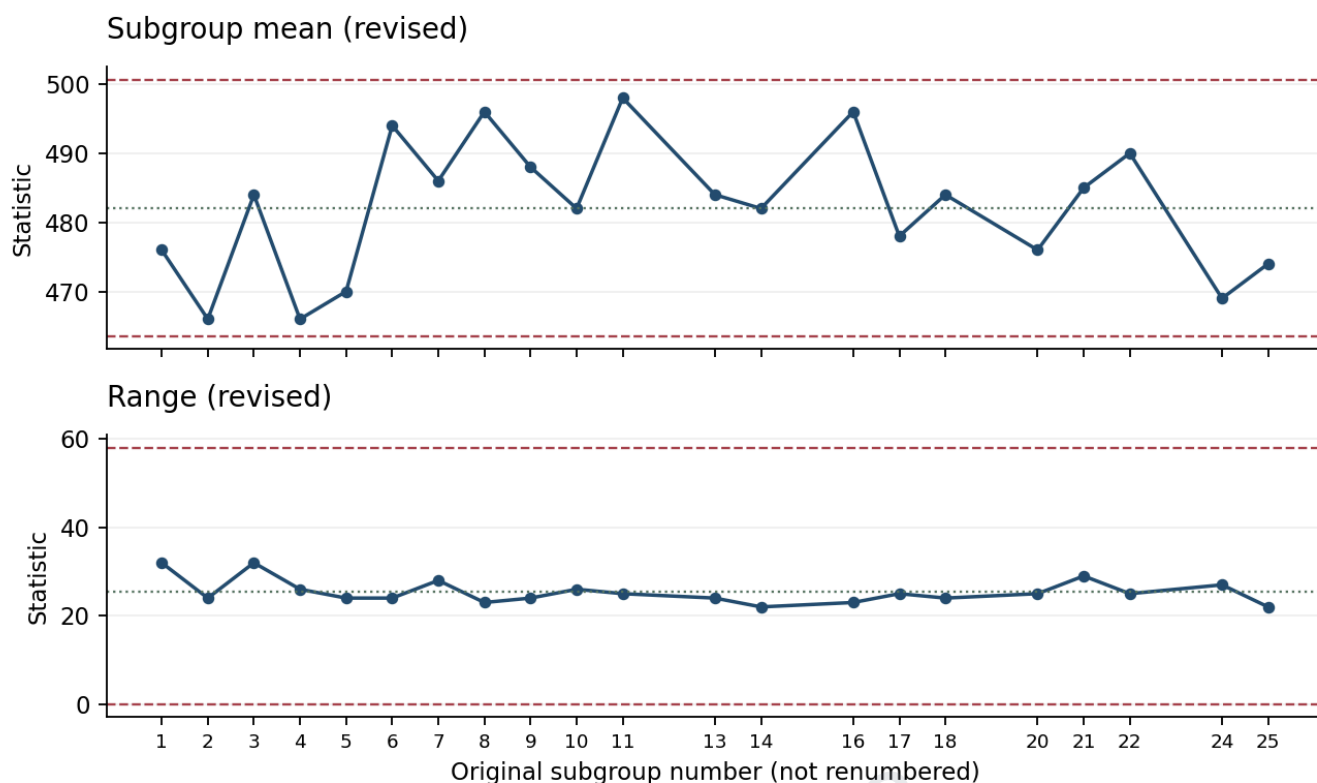
Tutorial Q1.1 Mean and range charts



Source: Tutorial p2. $n=4$, $A_2=0.729$, $D_4=2.282$. Trial limits shown; additional run-rule signals are explained in the guide.

Tutorial variable charts

(d) 均值的随机波动比单件小, $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$, 所以均值稍微一动就更容易看出来; 用合理子组还能把组内和组间的信息分开。本课建议每组至少 4 件, 是在均值接近正态和检测灵敏度之间取的平衡, 不是对所有总体都成立的数学结论。来源: T 第 2 页。



Source: Tutorial p2. Removed original groups: [12, 15, 19, 23]. Recheck remaining signals; removal requires known causes.

塑料绳数据删组后的修订控制图

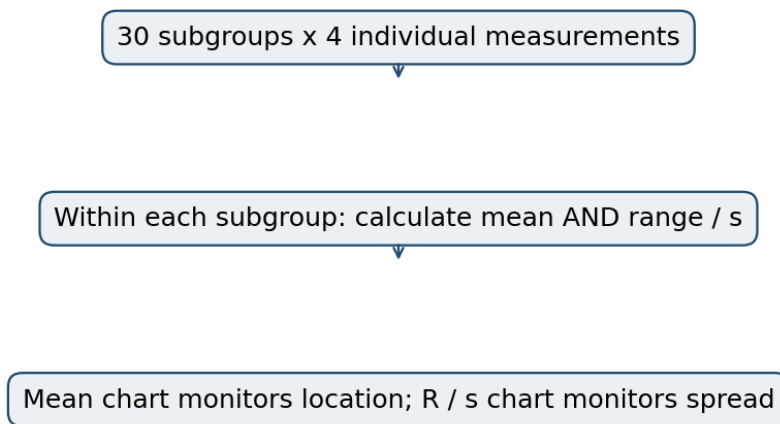
6.7 Tutorial 1 Problem 1.2 把均值当个体

题目：本来有 30 组、每组 4 件，却只拿 30 个均值去画 individuals chart，有什么问题？

这样就把组内的 R 或 s 扔掉了，组内波动没法再单独监控。用相邻均值的移动极差估出来的，是均值和均值之间的波动，里面可能混着过程漂移，并不是单件产品的 σ 。要是再拿单件的尺度去定界限，标准误就用错了。正确做法是画 $\bar{x}$ -R 或 $\bar{x}$ -s 图，中心和波动分开监控。

补充一句：对均值序列画一张标定正确的 I-MR 图，并不是什么情况下都不行。这题的重点是，它不能代替保留了子组信息的 $\bar{x}$ 图，也不能把均值的标准差当成单件的标准差。来源：T 第 2 页。

Tutorial Problem 1.2: retain subgroup information



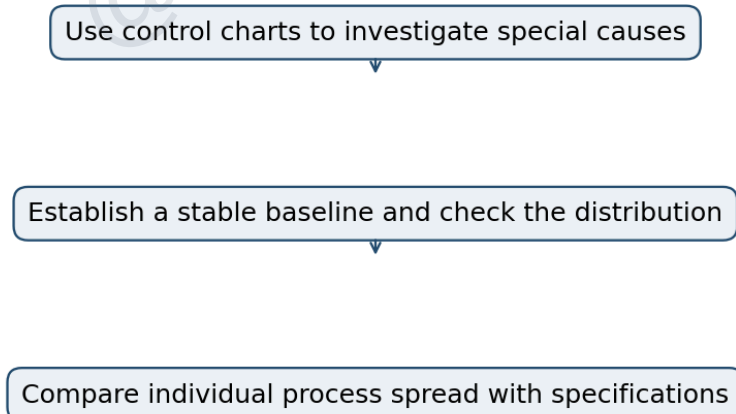
Source: Tutorial p2. Averages alone cannot recover the original within-subgroup variation.

子组均值与组内波动信息

6.8 Tutorial 2 Question 2.1 为什么要稳定

能力分析是拿稳定的均值和普通原因造成的波动去和规格比较，进而预测以后的表现。过程不稳定，就是一一直在变，用混在一起的数据算出一个 Cp/Cpk，会把特殊原因藏起来，对未来的判断也会出错。所以顺序是：先用控制图找异常、把过程弄稳，再检查正态性和规格，最后估计能力。来源：T 第 2 页。

Tutorial Q2.1: stability before capability



Source: Tutorial p2. A pooled unstable distribution can obscure changing means or variability.

先稳定再分析能力的步骤

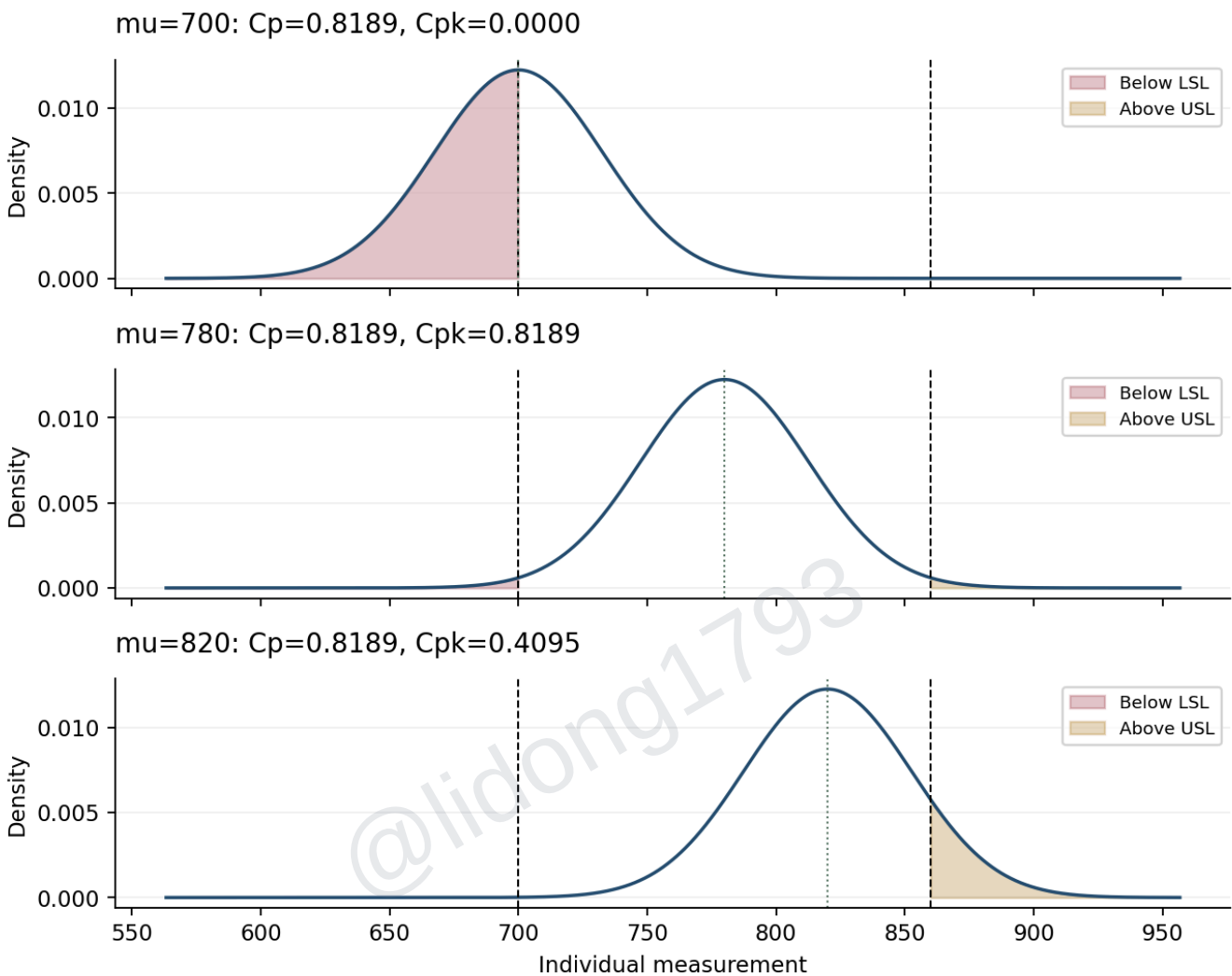
6.9 Tutorial 2 Question 2.2 s 图能力

25 组，每组 $n=4$ ， $\Sigma s=750$ mm。750 是 25 个组内标准差加起来的和，不是 σ 。 $\bar{s}=750/25=30$ mm；查得 $c_4(4)=0.9213$ ， $\hat{\sigma}=\bar{s}/c_4\approx 32.5621$ mm。规格 780 ± 80 ，即 $[700,860]$ 。

(a) $C_p=(860-700)/(6\times 32.5621)=0.818949<1$ 。就算居中，分布也太宽，得降波动；要达到 $C_p=1$ ， σ 要降到 $160/6=26.6667$ mm 以下。只调中心解决不了宽度问题。

(b) $\mu=700$: $Cpk=\min(160,0)/(3\sigma)=0$; $\mu=780$: $Cpk=80/(3\sigma)=0.818949$; $\mu=820$: $Cpk=40/(3\sigma)=0.409475$ 。
均值怎么移 Cp 都不变，但 Cpk 会下降，居中最好。来源：T 第 2 页。

Tutorial Q2.2: same spread, different mean



Source: Tutorial p2. sbar=30, n=4, c4=0.9213177; sigma=32.562056. Specification limits: 700, 860.

三种均值位置下的Cp与Cpk

7 Assignment 1 的相关练习与解答

这一章是额外练习，Quiz 会不会考作业题并不知道。这里只放和 Week 1–4 对应的 Q1–4。

7.1 Question 1 装瓶重量

每组 n=4，共 24 组，规格 [345,355] g，日产 20000 瓶。原始测量和每组结果如下：

表里的 R 是极差 (Range)，就是同一组最大值减最小值。第一组重量为 352、348、350、351 g，所以 $R=352-348=4$ g；表头 “R g” 表示极差的单位是克。R 越大，这一组的重量差得越多； $\bar{R}$ 是各组 R 的平均值，用来画 R 图、估计组内波动。计算方法见 2.2、3.3。

原组号	四个重量 g	$\bar{x}$ g	R g
1	352, 348, 350, 351	350.25	4

原组号	四个重量 g	$\bar{x}$ g	R g
2	351, 353, 351, 350	351.25	3
3	351, 346, 342, 350	347.25	9
4	349, 353, 352, 352	351.50	4
5	351, 350, 351, 351	350.75	1
6	353, 351, 346, 346	349.00	7
7	348, 344, 350, 347	347.25	6
8	350, 349, 351, 346	349.00	5
9	344, 345, 346, 349	346.00	5
10	349, 350, 352, 352	350.75	3
11	353, 352, 354, 356	353.75	4
12	348, 353, 346, 351	349.50	7
13	352, 350, 351, 348	350.25	4
14	356, 351, 349, 352	352.00	7
15	353, 348, 351, 350	350.50	5
16	353, 354, 350, 352	352.25	4
17	351, 348, 347, 348	348.50	4
18	353, 352, 346, 352	350.75	7
19	346, 348, 347, 349	347.50	3
20	351, 348, 347, 346	348.00	5
21	348, 352, 351, 352	350.75	4
22	356, 351, 350, 350	351.75	6
23	352, 348, 347, 349	349.00	5
24	348, 353, 351, 352	351.00	5

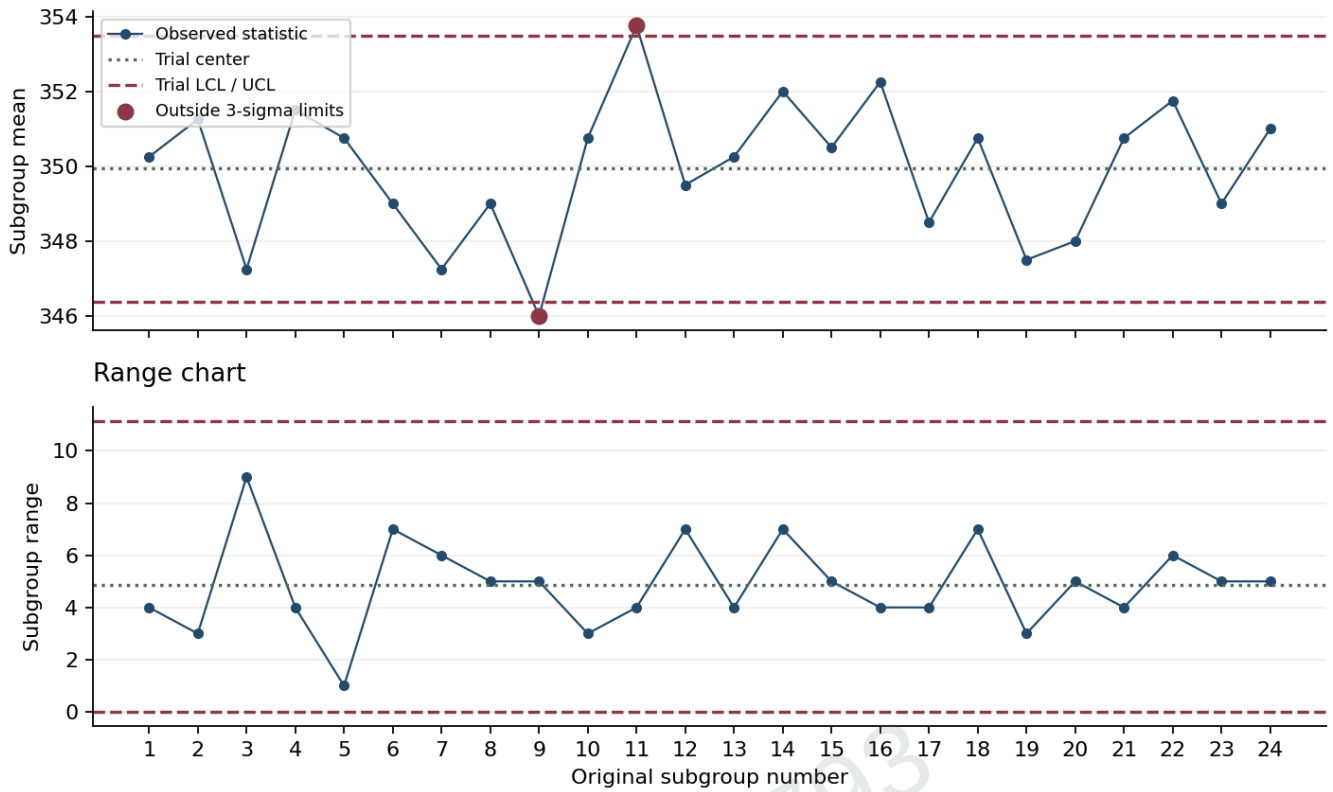
(a) $\bar{\bar{x}}=349.9375$ g, $\bar{R}=4.875$ g; 均值图界限 [346.383625,353.491375]; R 图上限 11.12475、下限 0。

(b) 假设正态, 用试算数据估计 $\sigma^2=4.875/2.059=2.367654$ g; $z_{下}=(345-349.9375)/2.367654$, $z_{上}=(355-349.9375)/2.367654$; 两侧尾部概率加起来乘 20000, 约 695.344 瓶/日, 写约 695 瓶即可。这个数只是题设正态模型下的估计。(c) 会发现过程不稳定, 所以它不适合当作长期预测。

(c) R 图没有点出界; 均值图原第 9 组 (346) 和第 11 组 (353.75) 出界, 过程不能算稳定。

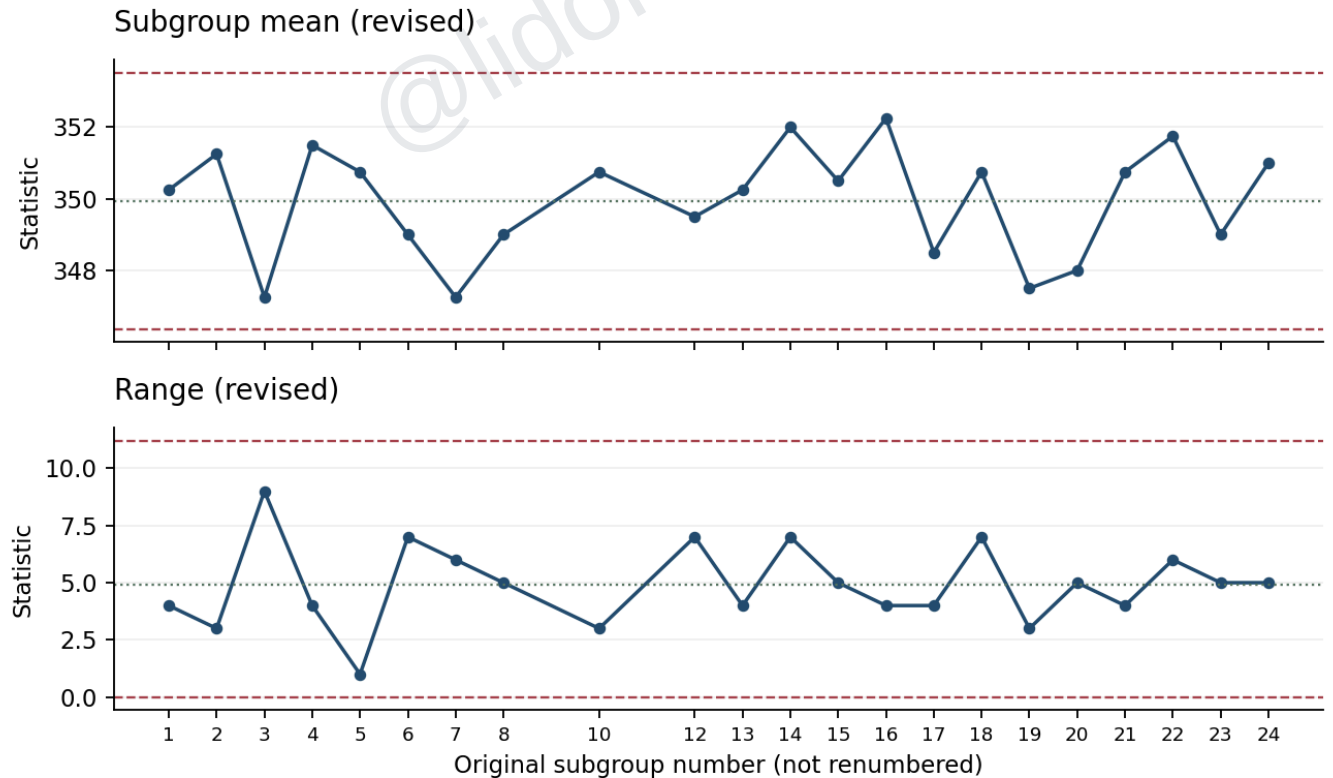
(d) 题目允许把特殊原因排除, 删掉原第 9、11 组, 剩 22 组: $\bar{\bar{x}}=349.943182$, $\bar{R}=4.909091$; 均值图界限 [346.364455,353.521909], R 图上限 11.202545。再查一遍, 剩下的点都没出界。来源: A1 第 1 页。

Assignment Q1 Fill weight mean and range



Source: Assignment A1 p1. Weight in g; n=4. Trial limits shown; additional run-rule signals are explained in the guide.

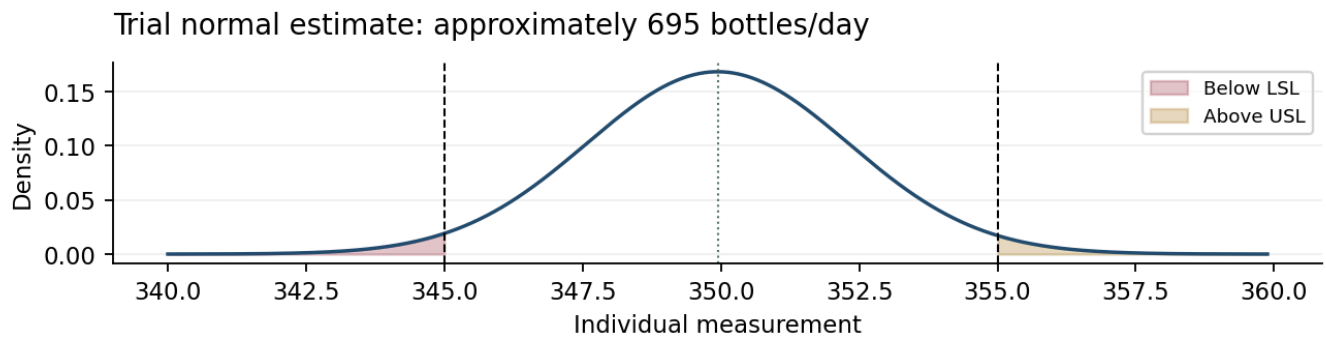
Assignment variable charts



Source: Assignment A1 p1. Removed original groups: [9, 11]. Recheck remaining signals; removal requires known causes.

装瓶重量删除第9和11组后的修订图

Assignment Q1(b): nonconformance estimate



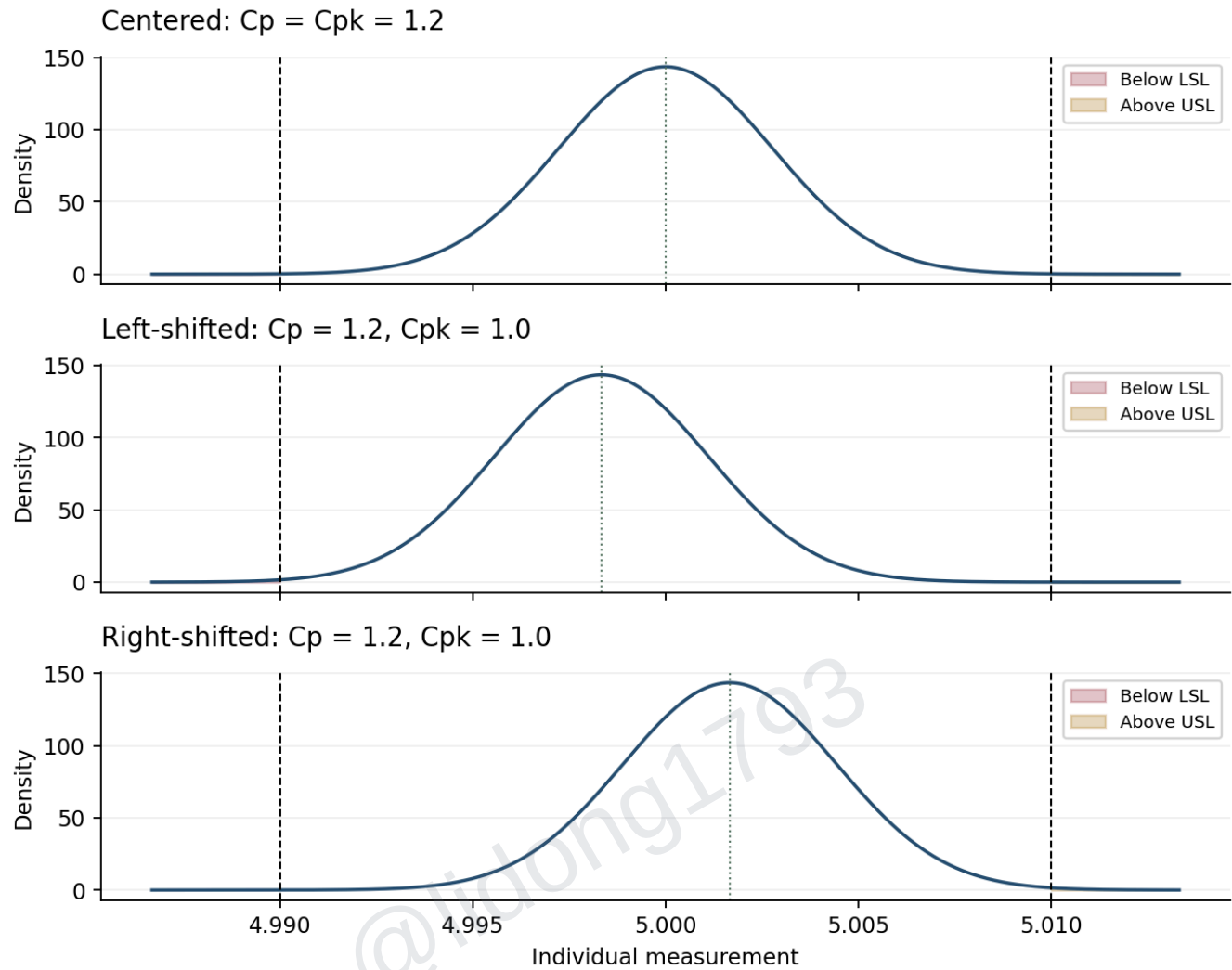
Source: Assignment A1 p1. This model estimate is not a reliable long-run forecast for an unstable process. Specification limits: 345, 355.
装瓶规格之外的两侧尾部

7.2 Question 2 Cp 和 Cpk

(a) 居中且 $C_p=1.2$, 过程占规格宽度的比例 $CR=1/C_p=0.833333$, 即 83.3333%。

(b) 规格 5 ± 0.01 , $C_p=1.2$, $C_{pk}=1.0$. $\sigma=0.02/(6 \times 1.2)=0.002777778$; $k=1-C_{pk}/C_p=1/6$; 均值离中点的距离 $=0.01 \times 1/6=0.001666667$ 。所以均值可能是 4.998333333, 也可能是 5.001666667。光凭 C_p 和 C_{pk} 看不出往哪边偏, 两个答案都要写。来源: A1 第 1 页。

Assignment Q2: the direction is not determined by Cpk



Source: Assignment A1 p1. Two symmetric means satisfy the same C_p and C_{pk} . Specification limits: 4.99, 5.01.

相同 C_p 和 C_{pk} 对应的左右两种偏移

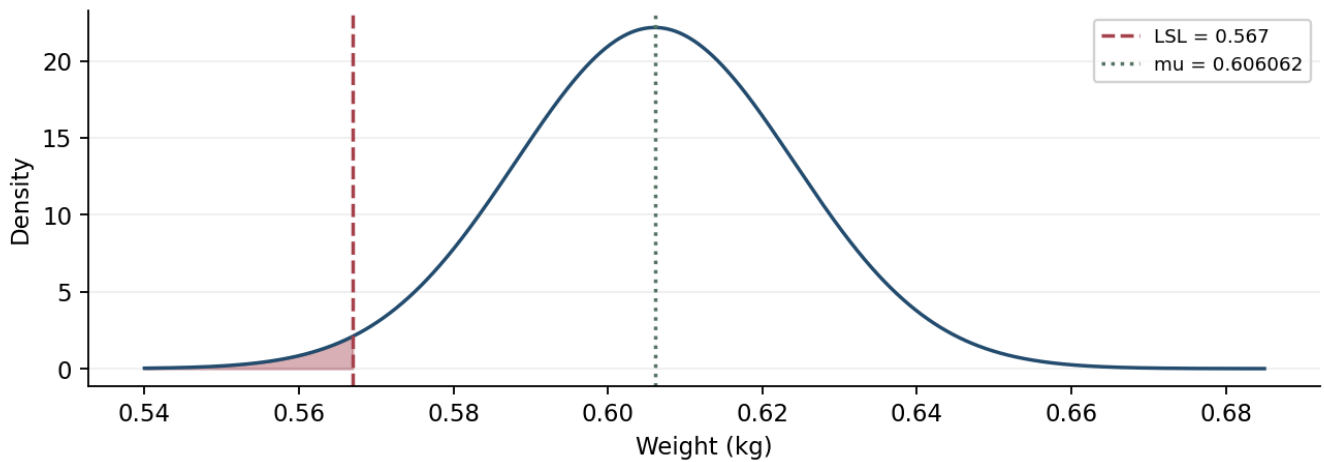
7.3 Question 3 正态概率

(a) 和 Tutorial Ex 1.2 的麦片题一样, $\mu \approx 0.606062$ kg。

(b) 自行车重量 $\mu = 9.07$ kg, $\sigma = 0.4$ kg。 (i) 小于 8.03: $z = (8.03 - 9.07) / 0.4 = -2.6$, 概率 $0.00466119 = 0.46612\%$ 。

(ii) 8.00–10.10 之间: $z_{\text{下}} = -2.675$, $z_{\text{上}} = 2.575$, 概率 $0.99125153 = 99.12515\%$ 。用两位小数的 z 表查, 结果会有一点舍入差别。来源: A1 第 1 页。

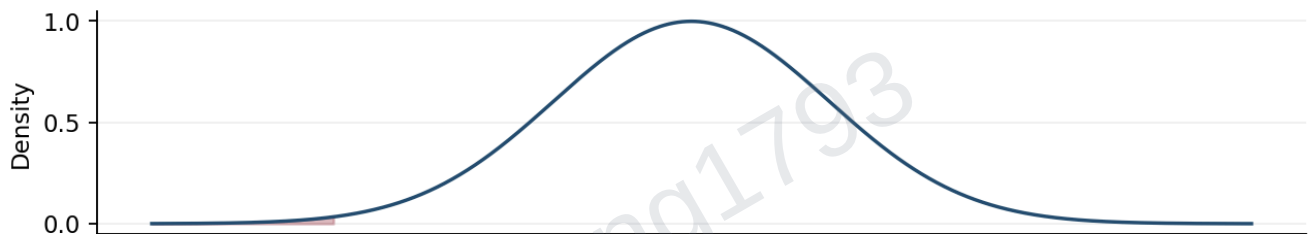
Cereal: choose mean for a 1.5% lower tail



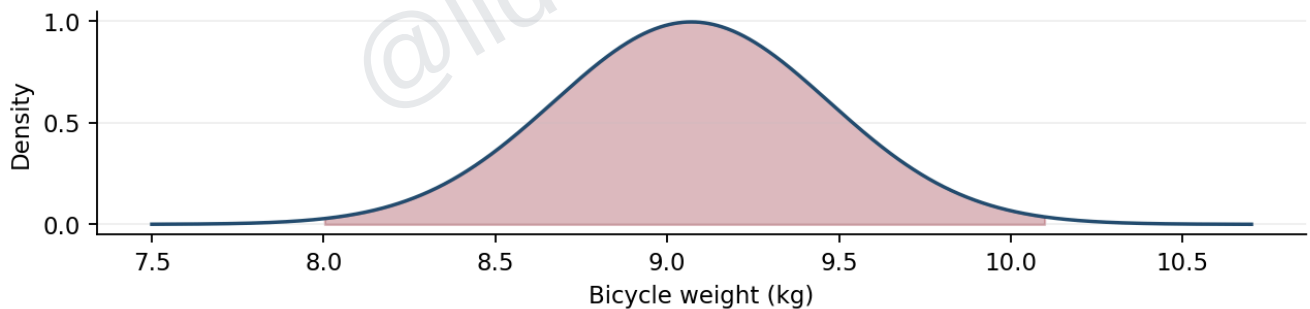
Source: Tutorial p1 Ex1.2; Assignment A1 p1 Q3(a). $\sigma=0.018$; $\Phi(z)=0.015$; $\text{mean}=0.606061627$ kg.

作业Q3(a)麦片反求均值

Q3(b)(i): below 8.03 kg = 0.46612%



Q3(b)(ii): 8.00 to 10.10 kg = 99.12515%



Source: Assignment A1 p1 Q3(b). Normal model with mean 9.07 kg and sigma 0.4 kg.

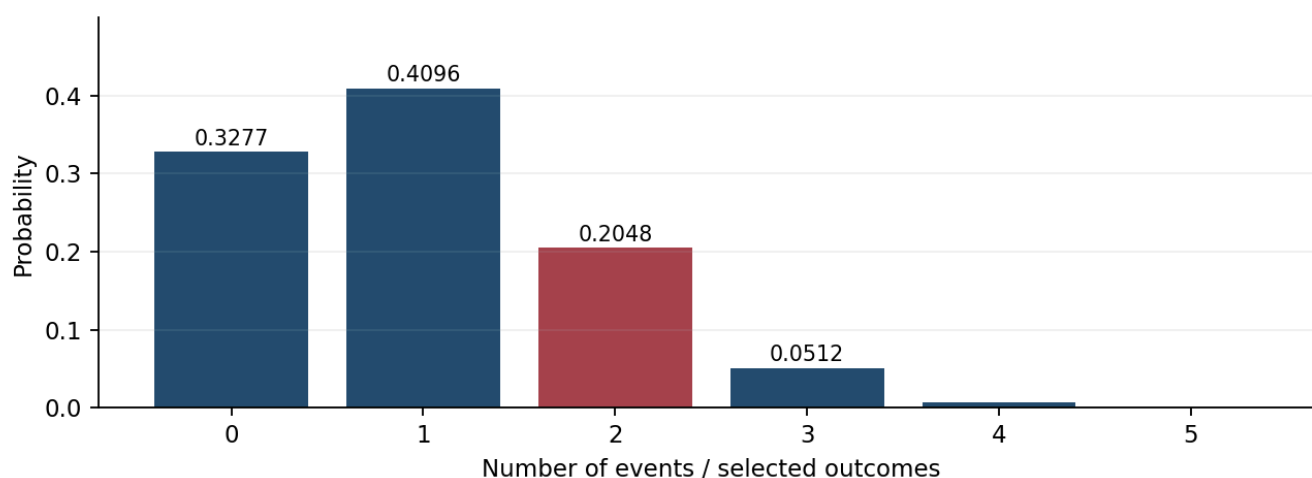
自行车重量题的左尾与区间概率

7.4 Question 4 二项概率

(a) $n=5$, $p=0.06$, 至少 2 件不合格: $1 - 0.94^5 - 5 \times 0.06 \times 0.94^4 = 0.0318712896 = 3.18713\%$ 。

(b) 从 20 件里放回抽 5 件, 坏件比例 $4/20=0.2$, 恰好 2 件坏, 和 Tutorial Ex 2.2 一样, 概率 0.2048。来源: A1 第 2 页。

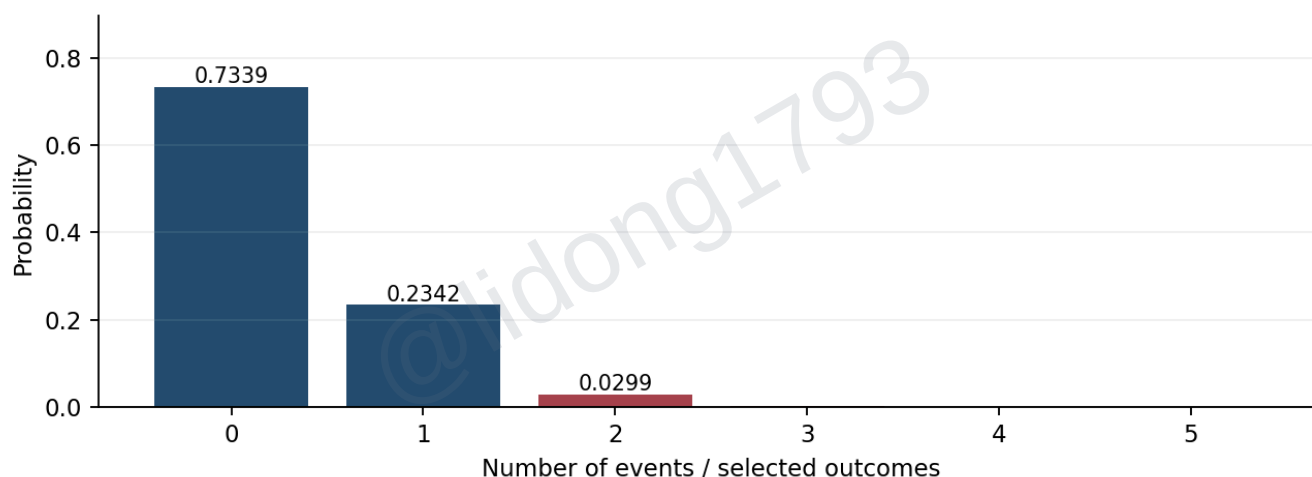
Tutorial Ex2.2: with replacement



Source: Tutorial p1; Assignment A1 Q4(b). $n=5$, $p=0.2$; $P(X=2)=0.2048$. Highlighted bars form the event in the question.

作业Q4(b)放回抽样

Assignment Q4(a): at least two nonconforming



Source: Assignment A1 p2. $n=5$, $p=0.06$; $P(X \geq 2)=0.0318712896$. Highlighted bars form the event in the question.

至少两件不合格的二项概率

8 考前自测与公式速查

合上答案，看看下面这些能不能做到：讲清楚 QC、SPC、TQM 是什么；看数据选对工具（Pareto、鱼骨图、直方图、控制图）；给 n 个数算出 $\bar{x}$ 、 R 、 s ；分清总体 σ 和均值的标准误；判断是放回还是不放回；算恰好、至多、至少的概率；选对正态的尾巴、做连续性修正；用 g 个子组建两张控制图；指出出界的原组号并修订；解释 α 和 β ；由规格和 σ 算 C_p 、 C_{pk} 、 C_{pm} ；算超规格百分比；分清样本事实、模型估计和课件近似值。

自测清单的简答

下面按上面那串问题的顺序答，卡住了就回前面对应小节看。

- QC、SPC、TQM**：QC 是达到、维持和改善质量的活动；SPC 用统计方法监控过程变化；TQM 是整个组织以客户为中心一起改进质量。见 1.2–1.3。
- 怎么选工具**：找优先处理的类别用 Pareto；列可能原因用鱼骨图；看分布的形状和宽窄用直方图；看过程随时间有没有异常用控制图。见 1.4。

3. **怎么求 $\bar{x}$ 、R、s**: $\bar{x}=\Sigma x/n$; $R=\text{最大值}-\text{最小值}$; $s=\sqrt{[\Sigma(x-\bar{x})^2/(n-1)]}$ 。例如 2、4、6: $\bar{x}=4$, $R=4$, $s=2$ 。见 2.2。
4. **σ 和标准误**: σ 描述单件的波动; $\sigma/\sqrt{n}$ 描述每组 n 件的均值波动。算单件废品率用 σ , 算均值越过控制界限的概率用 $\sigma/\sqrt{n}$ 。见 2.4。
5. **放回与不放回**: 放回并充分混合、各次独立且 p 固定时用二项; 有限总体不放回抽样用超几何。固定时段里数事件次数, 满足相应假设时用 Poisson。见 2.5-2.6。
6. **恰好、至多、至少**: 恰好 k 次是 $P(X=k)$; 至多 k 次是 $\Sigma \text{从 } 0 \text{ 到 } k P(X=i)$; 至少 k 次是 $1-\Sigma \text{从 } 0 \text{ 到 } k-1 P(X=i)$ 。见 2.6。
7. **正态尾部和连续性修正**: 先算 $z=(x-\mu)/\sigma$; 左尾 $\Phi(z)$, 右尾 $1-\Phi(z)$, 区间用上端 Φ 减下端 Φ 。整数二项事件 $a \leq X \leq b$ 作正态近似时, 边界改为 $a-0.5$ 、 $b+0.5$ 。见 2.3、2.6。
8. **怎样建两张图**: 每组先算均值和 R (或 s); 再算所有组的 $\bar{\bar{x}}$ 与 $\bar{R}$ (或 $\bar{s}$)。均值图为 $\bar{\bar{x}} \pm A_2 \bar{R}$, R 图为 $[D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}]$; s 法用 $\bar{\bar{x}} \pm A_3 \bar{s}$ 和 $[B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}]$ 。查常数用每组件数 n , g 只表示组数。见 3.3-3.4。
9. **怎样找异常和修订**: 先找出界点, 再查连续同侧、趋势等模式; 按原组号记录。特殊原因得到确认或题目允许时, 删掉整组、重算中心与界限, 再检查剩下的点。见 3.5-3.6。
10. **α 和 β** : α 是正常过程被判异常的误报概率; β 是过程已变却没报警的漏报概率; $1-\beta$ 是检出率。只用 3σ 单点规则且均值正态时, $\alpha \approx 0.27\%$ 。见 3.7。
11. **Cp、Cpk、Cpm**: 令 $W=USL-LSL$, $Cp=W/(6\sigma)$ 看过程宽度; $Cpk=\min(USL-\mu, \mu-LSL)/(3\sigma)$ 同时考虑偏移; $Cpm=W/[6\sqrt{(\sigma^2+(\mu-T)^2)}]$ 还考虑离目标 T 的距离。常规计算先确认过程稳定及模型适用。见 4.1。
12. **超规格百分比**: 正态模型下 $P_{bad}=\Phi((LSL-\mu)/\sigma)+1-\Phi((USL-\mu)/\sigma)$; 乘 100% 得百分比, 乘日产量得预计不合格件数, 乘 10^6 得 ppm。见 4.2。
13. **事实、模型、近似怎么分**: “30 个样本全合格”是观测事实; “正态模型估计约 2% 超规格”是预测; “ z 查两位小数得出的答案”是近似。三者各自说明依据, 有限样本全合格不能推出以后零废品。见 6.3。

8.1 快速判断题

1. “所有点都在控制界限内, 所以一定受控。”错, 还要看有没有非随机模式。
2. “ $Cp > 1$, 所以现在肯定没有废品。”错, 均值可能偏了, 正态尾部也不是零。
3. “ Cpk 能看出均值往哪边偏。”错, 它只给出离得最近的那一侧, 方向要靠别的信息。
4. “不放回抽五件, 一律用二项。”错, 有限总体不放回先考虑超几何。
5. “算单件废品率时 σ 要除以 $\sqrt{n}$ 。”错, 标准误只用在均值的分布上。
6. “样本全部合格, 所以以后零废品。”错, 有限的观测证明不了概率为零。
7. “不合格件数就是缺陷数。”错, 一件产品可以有多个缺陷。
8. “有 25 组, 所以查常数表用 25。”错, 用每组的件数 n 。
9. “不稳定的点都可以删。”错, 要有原因证据, 或者题目明确这样假设。
10. “过程居中就能解决 $Cp < 1$ 。”错, 要降波动, 或者在有依据时改规格。

8.2 十个核心公式

1. $\bar{x}=\Sigma x/n$; $s=\sqrt{[\Sigma(x-\bar{x})^2/(n-1)]}$; $R=\max-\min$ 。
2. $z=(x-\mu)/\sigma$; $\sigma_{\bar{x}}=\sigma/\sqrt{n}$ 。
3. $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$; $P(A \cap B)=P(A)P(B|A)$ 。
4. Hypergeometric: $C(D,d)C(N-D,n-d)/C(N,n)$ 。

5. Binomial: $C(n,d)p^d(1-p)^{n-d}$ 。
6. Poisson: $e^{-\lambda} \lambda^c / c!$ 。
7. $\bar{x}$ R 图: $\bar{\bar{x}} \pm A_2 \bar{R}$; R 图 $[D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}]$ 。
8. $\bar{x}$ s 图: $\bar{\bar{x}} \pm A_3 \bar{s}$; s 图 $[B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}]$ 。
9. $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$ 或 $\bar{s}/c_4$; $C_p = W/(6\sigma)$; $C_{pk} = \min(USL - \mu, \mu - LSL)/(3\sigma)$ 。
10. $C_{pm} = W/[6\sqrt{(\sigma^2 + (\mu - T)^2)}]$; $P_{bad} = \Phi((LSL - \mu)/\sigma) + 1 - \Phi((USL - \mu)/\sigma)$ 。

8.3 查表小抄

$\Phi(0)=0.5$; $\Phi(1)=0.841345$; $\Phi(1.5)=0.933193$; $\Phi(1.96)=0.975002$; $\Phi(2)=0.977250$; $\Phi(2.17)=0.984997$;
 $\Phi(2.5)=0.993790$; $\Phi(2.57583)=0.995$; $\Phi(3)=0.998650$ 。用计算器的 normal CDF 时记得核对参数顺序。考试能不能用计算器, 目前还不知道。

9 原资料纠错和完整性记录

题目都按课件原样保留, 数字按原始数据重新算过; 条件不够的地方, 就写明是在什么假设下得出的答案。公式可以对照 NIST $\bar{x}$ R s 控制图, 选分布可以参考 NIST 概率分布目录。和课件或老师说法有出入时, 以课程为准。

发现的问题主要有这些: L2 第 5 页频数例子的标准差; 第 9 页 $E(\bar{x})=\mu$ 的含义; 第 13 页条件概率的写法; 第 17 页应为 0.99999; L3 第 9-11 页删组和修订后的数字对不上; 第 17、18 页其实是两套数据; L4 第 5 页“报废严格为零”和对应的均值; 第 7 页 k 要带绝对值; 第 11 页 $\pm 2\sigma$ 的 ppm。具体见各题的解答。

9.1 前四份课件逐页覆盖索引

- L1 第 1 页质量定义与损失; 2 页九维度及 QC/SQC/TQM; 3 页规格、缺陷和检验; 4 页历史; 5-6 页质量责任; 6-7 页 Lean; 8 页 TQM 六概念; 9 页领导; 10 页客户、员工、持续改善; 11 页供应商、指标、Deming; 12-13 页 Pareto; 14-17 页鱼骨及组合使用; 18 页检查表、流程图; 19 页散点; 20 页直方及控制图; 21 页抽样、可靠性、DoE 概念; 22 页 SPC 实施步骤。对应第 1 章和 5.1。
- L2 第 1 页目标; 2 页统计术语; 3-4 页频数及分布特征; 5 页平均极差标准差; 6 页总体样本及 Example 2-1; 7-9 页正态、Example 2-2、CLT; 10-13 页概率概念、规则和 Examples 2-3-2-7; 14 页超几何 2-8; 15 页二项 2-9; 16 页 Poisson 2-10-2-11; 17 页近似及 2-12; 18 页 2-13; 19 页是结尾页, 没有新题。对应第 2 章和 5.2-5.14。
- L3 第 1 页变异与来源; 2-3 页 Example VC-1; 4 页三种界限; 5 页合理子组; 6-9 页深度 Example VC-2 的 $\bar{x}$ -R 建图和修订; 10-11 页同一数据的 s 图; 12-13 页受控、两类错误及 VC-3; 14 页五条判异规则; 15-16 页模式与调查; 17 页整数 Exercise VC-1; 18 页英寸 Exercise VC-2; 19 页是结尾页, 没有新题。对应第 3 章和 5.15-5.20。
- L4 第 1-3 页规格与自然宽度、稳定及废品率; 4 页 PC-1; 5 页 PC-2; 6-7 页 C_p/C_{pk} ; 8 页四机器题及 CR; 9 页 C_{pm} 和改善; 10 页改善逻辑图; 11 页 Six Sigma。对应第 4 章和 5.21-5.23。

9.2 前四周相关 Tutorial 覆盖索引

T 第 1 页: Ex 1.1→6.1; Ex 1.2→6.2; Ex 1.3→6.3; Ex 2.1→6.4; Ex 2.2→6.5。T 第 2 页: Question 1.1→6.6; Problem 1.2→6.7; Question 2.1→6.8; Question 2.2→6.9。这 9 道题和所有小问都在本讲义里。Tutorial 第 3-5 页属于后面几周的内容, 这次没收。Assignment 1 的对应关系是 Q1→7.1、Q2→7.2、Q3→7.3、Q4→7.4。

想追溯原文和数字, 可以看同目录下的 source-pages.json (原页提取)、calculations.json (全部数值) 和复算脚本。这份讲义没有改动课程日历; 复习范围按用户补充的 Week 1-4, Quiz 日期仍是“按大纲计划”。