

SYE6014 作业 2 解题笔记

超声导波的传播时间与金属材质判断

零基础详细版 · v2 公开版

本题要求分析两只压电传感器之间传播的超声波：先测出传播时间，再算出波速，最后与铝板、钢板的频散曲线比较判断材质。读完之后，你应当能——说清：图上每个量代表什么、为什么选这个波包、为什么要把两个时刻相减，以及材料结论有哪些证据支撑。

本篇的主要结果：以 200 kHz 下第一个可辨认的机械波包为主例，传播时间为 **58.55 μs** ，群速度约 **5124 m/s**；对照题目给出的两条 S_0 曲线，**B. Steel (钢)** 与这组数据最吻合。其余频率存在系统性偏差，文中如实保留并逐一解释；这是根据附件数据得出的实验判断，课件并没有公布本题的标准答案。

怎样阅读

- **初次阅读：**先看第 1–6 节，把“激励—传播—接收”这条链建立起来，再跟着第 7–9 节完整算一遍。
- **准备自己动手：**重点看第 7、8、13、14 节，用真实的 CSV 数据把时间和速度复现出来。
- **准备写答案：**参考第 15 节的英文表述，核对计算过程与读图依据。
- 浅色旁注沿用作业 1 的样式，专门讲“为什么”；正文只走计算主线。

作业要求

题目要求：利用不同激励频率下的超声导波信号，计算两只 PZT 之间的 time of flight（传播时间），再对照频散曲线判断金属条属于 **A. Aluminum**、**B. Steel** 还是 **C. Neither**，并给出推理与计算。

这份笔记参考了课件哪些内容？ 方法主线取自 Lecture 1 的“距离÷时间差”、Lecture 4 的 Lamb 波与模式辨认，以及 DAS 讲义的 Hilbert 包络和激励参考时刻。借用的是例题的物理思路，分析的则是本题自己的数据——老师示意图上的尺寸、波峰时刻和材料参数，不能照搬进这道题。

原题要求与中文翻译

下面摘录原题 PDF 第 1–2 页的学习任务，并附中文翻译；提交信息、个别换行与图注从略。

English (原文) :

SYE 6014 Asset and Maintenance Management — Homework #2

As demonstrated in the classroom, ultrasonic guided wave signals at different actuation frequencies were collected from the metal strip using the equipment shown in Fig. 1.

The goal of this homework is to calculate the time of flight of guided waves propagating from one PZT sensor to another by analyzing the acquired signals, and to determine the material of the metal strip based on the dispersion curves. The possible options are:

A. Aluminum B. Steel C. Neither

Please include your reasoning and calculations in your answer.

You may use the following information:

- Ultrasonic guided wave signals in the attachment, sampled at 80 MHz with actuation frequencies ranging from 100 to 1000 kHz.
- Thickness of the metal strip specimen is 1mm.
- The distance between the two PZT sensors is 0.3 m.
- Dispersion curves of the aluminum plate (Figure 2).
- Dispersion curves of the steel plate (Figure 3).

中文翻译:

SYE 6014 Asset and Maintenance Management, 作业 2

如课堂演示所示，课程使用图 1 中的设备，从金属条上采集了不同激励频率下的超声导波信号。

本次作业的目标：通过分析采集到的信号，计算导波从一只 PZT 传感器传播到另一只的 time of flight（传播时间），并依据频散曲线判断金属条的材质。可选答案有：

A. 铝 B. 钢 C. 两者皆非

请在答案中给出推理与计算过程。

可以使用以下信息：

- 附件中的超声导波信号：采样率 80 MHz，激励频率 100–1000 kHz；
- 金属条试样厚度 1 mm；
- 两只 PZT 传感器相距 0.3 m；
- 铝板与钢板的频散曲线（图 2、图 3）。

1 先搞懂实验在做什么

金属条上贴了两只 **PZT**。PZT 就是常见的压电陶瓷：加电压会变形，受力变形又能产生电信号——同一个元件因此可以身兼两职。

- 1. **Actuator (激励器、发射端)**：输入一小段交流电压，让金属条振动。
- 2. **金属条**：把这段振动以弹性波的形式送到另一处。
- 3. **Sensor (接收端)**：感知局部变形，把它转换成电信号。
- 4. **采集系统**：高速记录发射、接收信号，保存成 CSV。

电压输入 → 压电形变 → 金属中的弹性波 → 接收端变形 → 电压输出

这条链正好对应 Lecture 4 第 24–25 页的压电激励、导波传播、应变感知三个阶段。Lecture 3 讲清了“电与机械如何互相转换”；不过本题只需要算数值，不必重推压电本构方程。

已知量和未知量

量	题目或文件给出的值	用在哪里
两只 PZT 的间距 L	0.3 m, 即 300 mm	用于速度 = 距离 / 时间
金属条厚度 d	1 mm	用于频散图横坐标 $f \cdot d$
采样频率 f_s	80 MHz	把样本序号换成时间
激励频率 f	100–1000 kHz, 每隔 100 kHz 一组	每组在频散图上对应一个位置
材质	未知	在铝、钢、两者皆非之间作判断

数据包：Signals_1V_25dB_80Mhz.zip。每个频率各有一份 **Actuator.csv** 和一份 **Sensor.csv**；本次附件中每份文件包含 32768 个幅值样本。

“飞行时间”真的有东西飞过去吗？TOF (Time of Flight) 是“传播耗时”的通用叫法。传播的只是机械扰动：金属里的质点都在各自的平衡位置附近振动，整块金属并不会随波平移到另一头。

和作业 1 有什么联系？ 两题都围绕“距离 = 速度 × 时间”。作业 1 已知速度，靠时间差反推声源位置；本题反过来，已知距离，用发射到接收的时间差求速度。注意作业 1 里的 4500 m/s 是那道题的给定数据，不能当作本题答案。

2 波形图和单位从零开始

波形图的两条坐标轴

横轴是时间：越往右，采集得越晚。**纵轴是幅值**：正负号只表示振动或电信号的方向变化，既不是“正时间”也不是“负距离”。CSV 里没有可核实的电压标定信息，所以本笔记一律画归一化幅值，不把原始读数直接标成伏特。

幅值大只说明该时刻信号强，**到得早**才说明对应分量传播得快——两者不是一回事。反射波完全可能比直达波更强，所以“最大峰就是最先到达的波”并不成立。

频率与周期

频率 f 表示每秒振动多少次，单位 Hz；周期 T 表示振动一次需要多久。两者互为倒数：

$$T = 1 / f$$

以 200 kHz 为例： $f = 200000 \text{ Hz}$ ，所以 $T = 1/200000 \text{ s} = 5 \text{ }\mu\text{s}$ 。连续振动五个周期，整段约持续 **25 μs** 。

单位	含义	本题常用换算
kHz	千赫兹	$200 \text{ kHz} = 0.2 \text{ MHz} = 200000 \text{ Hz}$
MHz	兆赫兹	$80 \text{ MHz} = 80000000 \text{ Hz}$
ms	毫秒	$1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}$
μs	微秒	$1 \text{ }\mu\text{s} = 10^{-6} \text{ s}$ ； $1000 \text{ }\mu\text{s} = 1 \text{ ms}$
m/ms	米每毫秒	$1 \text{ m/ms} = 1000 \text{ m/s} = 1 \text{ km/s}$

采样频率和激励频率为什么有两个？ 激励频率说的是“波本身振动多快”，采样频率说的是“仪器每秒记录多少次”。好比拍摆钟：钟摆每秒摆一下，摄像机每秒拍 100 帧——两者互不相干。要是把 80 MHz 采样率当成激励频率标上频散图，位置就全错了。

200 kHz 每个周期有多少样本？ $80 \text{ MHz} \div 200 \text{ kHz} = 400 \text{ 点 / 周期}$ ，五个周期约 2000 点，采样足够密。不过采样密救不了选错波包、信号畸变或距离标定这类问题。

波长补充

波长 λ 是空间上相邻同相位点之间的距离。对单一频率分量， $\lambda = c_p / f$ ，注意这里用的是**相速度** c_p 。Lecture 4 第 33 页的波长例题可以帮助理解这一点；本题要测量波包传播时间，对应的是下一节的群速度 c_g 。

3 为什么会有不同波包和不同速度

弹性波怎样变成导波

金属板厚度有限，有上、下两个表面。波在传播途中不断与边界作用，形成受结构约束的传播形式，称为**导波 (guided wave)**。Lecture 4 第 16–18 页介绍的 **Lamb waves (兰姆波)** 就是其中一种。

同一块板能支持多种**模态 (mode)**，也就是不同的整体振动方式——好比同一根琴弦可以弹出不同的振动形态。模态名称描述的是运动方式，跟材料是两回事。

- **S_0 ：最低阶对称模态。** 在本题给出的频厚范围内，群速度较大，通常是先到的那个。
- **A_0 ：最低阶反对称模态。** 在本题范围内较慢，通常后到；低频时群速度对频率变化更敏感。
- **S_1 等：更高阶模态。** 有截止条件。本题图中 S_1 要到 $f \cdot d$ 约 1.5 MHz·mm 以上才出现，而本题范围只有 0.1–1.0 MHz·mm，所以不要随便把晚到的包解释成 S_1 。

以上快慢关系只针对本题曲线的频率范围；换一道题，仍要以对应频散图为准。

相速度与群速度

一个波包内部有密集起伏的小波峰，外面还罩着一层缓慢起伏的整体轮廓，这就是**包络 (envelope)**。

相速度 c_p 描述某个相位的推进速度——比如一个波峰走得有多快；**群速度 c_g** 描述整个窄带波包的传播速度。Lecture 4 第 19 页区分了这两个量，并给出 $c_g = d\omega/dk$ (课件用 ξ 表示波数)。

为什么本题用群速度？ 因为我们比较的对象是一整段激励波包与接收波包的时间位置，题目第 2 页的纵轴也明确写着 “Group Velocity”。所以要跟踪包络上的代表时刻，而不是随手拿两个不同周期的小波峰相减。

“频散” 是什么意思？ 同一个模态，频率不同，传播速度也会不同。一个短脉冲本身就含有一小段频率成分，传播后会变宽、变形。用包络峰估计传播时刻很方便，但当波包严重变形或彼此叠加时，峰位就不再是完美的传播时刻标记。

本题的关键判断顺序

正确的顺序是：先在时域信号里辨认候选的直达波包，然后测传播时间、算群速度，最后与同一模态的曲线比较来确定材料。如果反过来，先预设是钢，再专挑一个最靠近钢理论值的峰，最后宣布 “验证了钢”，那就是循环论证。

4 把课件例题的方法搬过来

依据一 距离除以传播时间

Lecture 1 第 31 页用一只传感器发射、另一只接收来标定速度：**速度 = 两传感器距离 / 发出与收到信号的时间差**。本题用的是同一个基本式：

$$\text{TOF} = t_r - t_a \quad c_g = L / \text{TOF}$$

其中 t_a 是激励波包的参考时刻， t_r 是目标接收波包的参考时刻。两者采用相同的定义，本笔记统一都用包络峰。

依据二 包络与激励参考时刻

《Delay and Sum Algorithm》第 9 页用 **Hilbert transform** 提取包络；第 16 页例题给出激励包络峰 $t_{\text{off}} = 2 \mu\text{s}$ 、某通道传播延迟 $18 \mu\text{s}$ ，读取该通道包络的位置是 $2 + 18 = 20 \mu\text{s}$ 。反过来，若量到接收包络峰在 $20 \mu\text{s}$ ，减去 $2 \mu\text{s}$ 才得到传播时间 $18 \mu\text{s}$ 。

$$\text{记录中的接收时刻} = \text{激励参考时刻} + \text{传播时间}$$

依据三 先分辨模态与反射

Lecture 4 第 31–32 页把先到的波包标为 S_0 、后到的标为 A_0 ，更晚的部分则标为边界反射。它示范的做法是：先看波包的顺序和形态，再决定取哪个时刻。那两页属于另一个例子，其中的到达时间不能直接套用。

DAS 例题还有哪些部分不需要搬过来？ DAS 做的是损伤成像，路径是“发射器→损伤→接收器”两段，还要用损伤信号减去基准信号求残差。本题量的是两只 PZT 之间的直接传播，只有单段 0.3 m 。这里只借用包络和参考时刻这两点思想，不做损伤定位，也不会把 Sensor 减 Actuator 当成“损伤残差”。

老师是否规定必须用 Hilbert？ Homework #2 题干没有指定算法。本笔记采用课件介绍过的包络方法，波包中心取在哪里更明确，计算也更容易复现。手动读图同样可以，只是要把所选波包和读数依据写清楚。

TOF 与波前到达时间能否混用？ Lecture 4 第 30 页分别展示了基于峰位的 TOF 和基于阈值的到达时刻。两种方法都可以用——用波前就全程用波前，用峰位就全程用峰位；把发射峰与接收波前混着相减，会因定义不一致而引入偏差。

5 手把手读频散曲线

下面两幅图取自作业第 2 页：左为铝、右为钢；蓝色上分支是本题范围内的 S_0 ，红色是 A_0 。

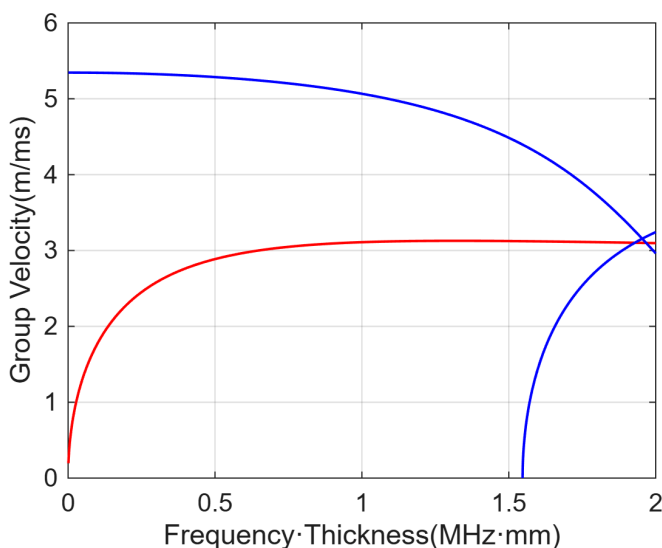


Figure 2 铝板

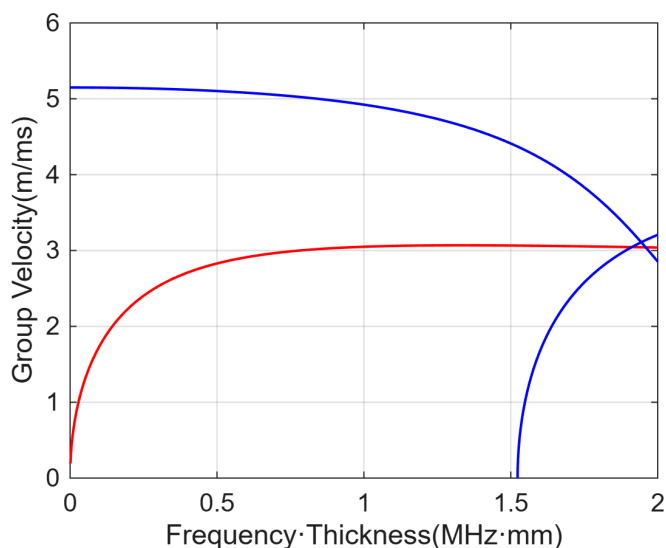


Figure 3 钢板

用 200 kHz 做一次完整读图

1. 先把频率化成 MHz: $200 \text{ kHz} = 0.2 \text{ MHz}$ 。
2. 乘以厚度: $f \cdot d = 0.2 \text{ MHz} \times 1 \text{ mm} = 0.2 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$ 。
3. 在横轴找到 0.2，向上与 S_0 分支相交，再向左读取群速度。
4. 钢约 5.15 m/ms ，铝约 5.34 m/ms 。这是图像读数，保留两位小数比较合适。
5. 实测速度也换算成 m/ms 再比较: $5124 \text{ m/s} = 5.124 \text{ m/ms}$ 。

横轴为什么乘厚度？ Lamb 波如何传播，取决于波长与板厚的相对关系，于是用频厚积 $f \cdot d$ 把不同厚度、不同频率的情况归到同一张图上。本题 $d = 1 \text{ mm}$ ，数值上 $f \text{ (MHz)}$ 与 $f \cdot d \text{ (MHz} \cdot \text{mm)}$ 相等——这只是本题恰好方便。如果板厚是 2 mm ， 200 kHz 就该读 $x = 0.4$ 。

为什么不直接用 Lecture 4 的图？ Lecture 4 第 20、32 页的示例图固定板厚为 $1/4 \text{ inch}$ ，横轴条件与本题不同。方法可以借用，数值必须从作业给出的曲线上读。

图像读数有多精确？ 为了画对照图，本笔记按像素从原题图片中提取了曲线；程序内部保留更多小数以便复算，正文只写约 5.15、5.34。像素插值得到的毕竟不是精确的材料常数表。

6 从 CSV 样本建立时间轴

第一步 正确配对数据

主例使用 `1-2_200kHz_Actuator.csv` 与 `1-2_200kHz_Sensor.csv`：同一激励频率，一个记发射、一个记接收。文件内容是一整行幅值，并不是“第一列时间、第二列电压”的两列表，读入后拉成一列向量即可。

第二步 求相邻样本的时间间隔

$$\Delta t = 1/f_s = 1/(80 \times 10^6) \text{ s} = 0.0125 \text{ } \mu\text{s} = 12.5 \text{ ns}$$

MATLAB 中样本编号从 1 开始。若把第一个样本时刻定为 0：

$$t(n) = (n - 1)/f_s; \text{ 以 } \mu\text{s} \text{ 表示时, } t(n) = (n - 1) \times 0.0125$$

例如第 1000 个点对应 $999 \times 0.0125 = \mathbf{12.4875 \text{ } \mu\text{s}}$ ；最后一个样本在 $409.5875 \text{ } \mu\text{s}$ ，而 32768 个采样间隔对应的名义记录长度是 $409.6 \text{ } \mu\text{s}$ ——两者正好差一个采样间隔。

第三步 去掉直流偏置

分别减去每条信号自己的均值： $a \leftarrow a - \text{mean}(a)$ ， $s \leftarrow s - \text{mean}(s)$ ，把基线压到零附近，便于提取包络。主结果不做带通滤波，也不会为了迁就某种材料去调滤波器。

第四步 求包络

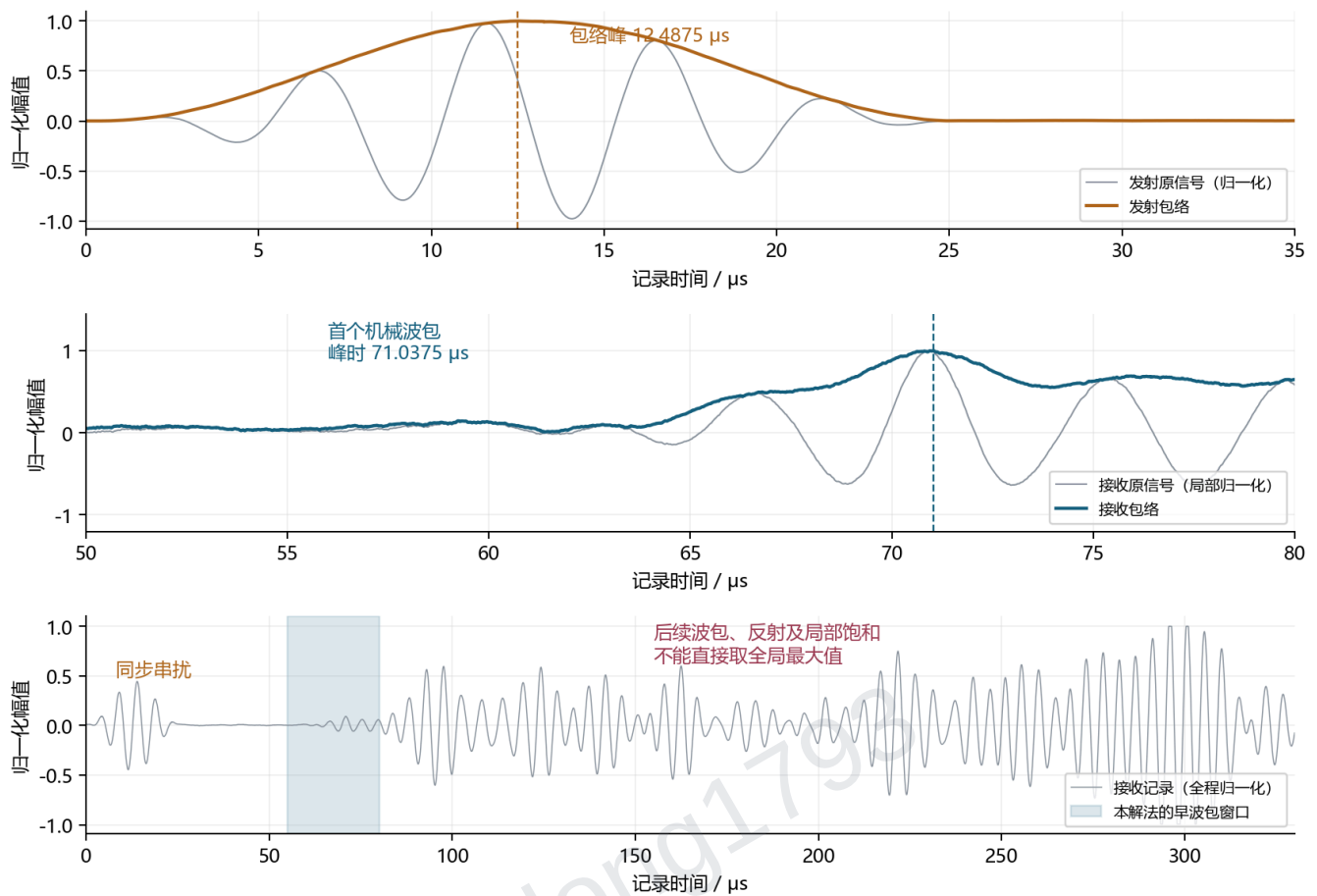
$$E_a = |\text{hilbert}(a)|, \quad E_r = |\text{hilbert}(s)|$$

MATLAB 的 `hilbert` 返回解析信号，`abs` 取模长就得到包络。直观地说，包络描的是快速正负振荡外面的整体轮廓。暂时不必深究复数和傅里叶变换，先理解“用外轮廓给整段波包定位”的用途就够了。

为什么不直接取 $\text{abs}(s)$ 的最大值？ $\text{abs}(s)$ 只把负半周翻上来，每个小周期的峰谷还在；Hilbert 包络描述波包整体的强弱变化，读数不容易被某一个振荡相位带偏。当然，波包一旦重叠，包络依旧复杂，这不是哪个函数能自动消除的。

第一点定为零，会不会把未知触发时间弄错？ 给两个同步采集的通道加同一个零点偏移，它在 $t_r - t_a$ 中会自然抵消。这里的前提假设是：附件中的两个通道共用同一采集时间基准；题目没有提供单独的通道延迟标定数据。

7 在真实信号中找对波包



第一幅图：激励波包的包络峰在 $12.4875 \mu\text{s}$ ，与五周期 200 kHz 脉冲中心约 $12.5 \mu\text{s}$ 的理论值吻合。

第二幅图：排除同步串扰后，约 $55\text{--}80 \mu\text{s}$ 处出现第一个可辨认的机械波包。只在这个窗口内找包络峰，得 $71.0375 \mu\text{s}$ 。无论时序还是速度量级，它都符合 S_0 候选直达波。

第三幅图：接收端在激励时刻附近也有一个波包，几乎没有传播延迟，显然不是沿 0.3 m 金属条传过去的直达波，按电耦合 / 串扰处理。更晚处还有更强的波包和局部饱和，所以全局最大峰也不能直接拿来用。

窗口是怎么定出来的？ 先通读整条记录，找出跨频率都稳定出现的早到机械分支，再选一段恰好包住它、又不碰下一个波包的区间。 200 kHz 用 $55\text{--}80 \mu\text{s}$ 。窗口要有波形结构作依据，峰也不能贴着边界——它不是老师给定的参数，更不是从“假定是钢”倒推出来的。

三幅子图各自归一化，是为了让小信号也看得清；纵轴高度不能在子图之间比较绝对电压。归一化不影响峰时刻。

8 主例题逐步计算 200 kHz

步骤 1 写出两个峰的位置

完整附件去均值后计算 Hilbert 包络，在选定窗口内找峰，得到：

量	MATLAB 的样本编号	记录时刻
发射包络峰	$n_a = 1000$	$t_a = 12.4875 \mu s$
接收早波包包络峰	$n_r = 5684$	$t_r = 71.0375 \mu s$

步骤 2 相减得到传播时间

$$TOF = t_r - t_a = 71.0375 - 12.4875 = 58.55 \mu s$$

也可以直接用样本间隔复核：

$$\Delta n = 5684 - 1000 = 4684$$
$$TOF = 4684 \times 0.0125 \mu s = 58.55 \mu s$$

这个时间差与“索引从 0 还是从 1 开始”无关，只要两个索引按同一种方式编号。

步骤 3 把 μs 换成 s

$$58.55 \mu s = 58.55 \times 10^{-6} s = 0.00005855 s$$

步骤 4 用距离除以时间

$$cg = 0.3 m / 0.00005855 s$$
$$= 5123.83 m/s \approx 5124 m/s = 5.124 m/ms$$

一个简便记法：距离是本题的 0.3 m、TOF 用 μs 时， **$cg (m/ms) = 300 / TOF (\mu s)$** 。用之前先核对单位；不要拿 0.3 直接除以 58.55，再把结果标成 m/s。

为什么不能直接用 71.0375 μs ？ 这个时刻里含着“发射波包中心在 12.4875 μs ”的偏移。直接相除只会得到约 4223 m/s，明显偏低——这正是 DAS 例题中 t_{off} 的作用。

为什么不用往返距离 0.6 m？ 本题量的是一只 PZT 到另一只 PZT 的直接传播，路径就是 0.3 m。只有“同一探头发、同一探头收界面回波”的脉冲回波题，才需要把往返路程算进去。

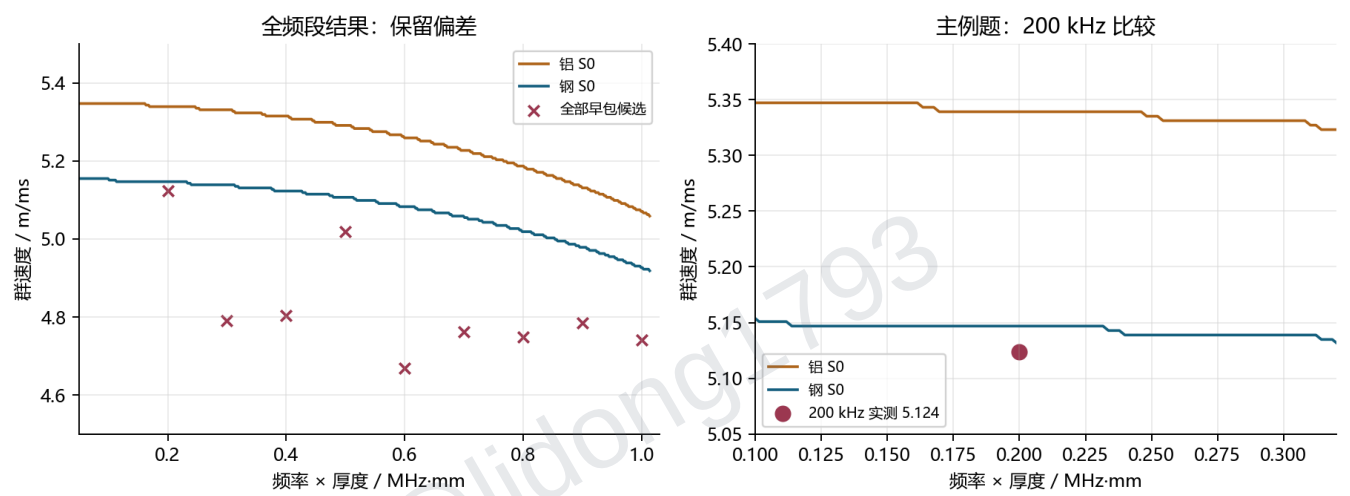
5123.83 有这么高的实验精度吗？ 它是按采样点算出的数值，不代表真实材料速度真有 0.01 m/s 那么准。实验结论写约 5.12 km/s 就够了；多留几位小数是为了核对程序和单位。

9 用计算结果判断材料

在 $f \cdot d = 0.2 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$ 处，比较同一个 S_0 模式：

对象	群速度约值	与本次实测的关系
实测早波包	5.124 m/ms	本题附件计算值
题目钢板 S_0	5.15 m/ms	最接近，按像素读数计算约差 0.45%
题目铝板 S_0	5.34 m/ms	偏高，按像素读数计算约差 4.0%

偏差按 $|\text{实测} - \text{曲线读数}| / \text{曲线读数} \times 100\%$ 计算。读图精度有限，这些百分比只能说明谁更接近，不能当成经过标定的置信度。



也可以反过来，算两种候选材料的预计传播时间：

- 钢： $0.3 \text{ m} \div \text{约 } 5147 \text{ m/s} \approx 58.3 \text{ }\mu\text{s}$ 。
- 铝： $0.3 \text{ m} \div \text{约 } 5339 \text{ m/s} \approx 56.2 \text{ }\mu\text{s}$ 。
- 本次实测： $58.55 \text{ }\mu\text{s}$ ，更接近钢。

作业结论建议：选 B. Steel。并注明这是基于已辨认的早到 S_0 波包、给定间距和题目频散曲线得出的最佳匹配。全频段数据仍有明显偏差，所以不要写成“所有频率都与钢完全重合”，也不要写成“已严格排除其他材料”。

为什么不因为某些点低于两条曲线就直接选 C？ 实测峰位还会受到模态混合、波包变形、传播路径和测量误差的影响，所以先要确认“测量的对象”和“曲线画的对象”是同一回事。200 kHz 的清晰早包与钢吻合，其余早包总体上也是离钢更近——现有记录支持 B，但仅凭这几个峰位，不足以把其他材料一口否定。要选 C，得先把上述测量偏差逐一排除，并确认可信的结果与两种材料都对不上才行。

10 换一个频率复核并面对不一致

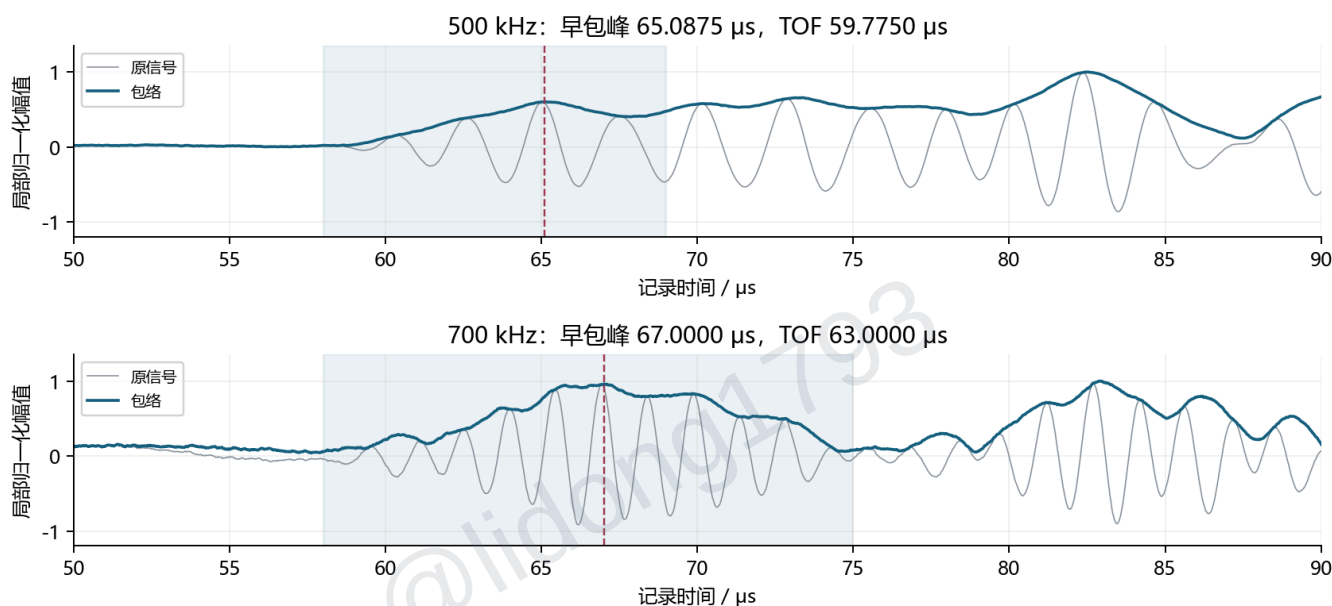
500 kHz 按完全相同的思路再算一次

选取首个可辨早包，窗口为 58–69 μs ：发射峰 **5.3125 μs** ，接收峰 **65.0875 μs** 。

$$\text{TOF} = 65.0875 - 5.3125 = 59.775 \mu\text{s}$$

$$cg = 300 / 59.775 = 5.019 \text{ m/ms}$$

此时 $f \cdot d = 0.5 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$ 。原题钢板 S_0 约 5.11 m/ms，铝板约 5.29 m/ms；实测仍更接近钢，但偏差已经有约 1.7%。



700 kHz 为什么不能略过

同样算一遍：发射峰 4.000 μs 、接收峰 67.000 μs ，得 $\text{TOF} = 63.000 \mu\text{s}$ 、 $cg \approx 4.762 \text{ m/ms}$ ；而钢曲线约 5.06、铝曲线约 5.23。结果仍然更接近钢，但对钢仍偏低约 **5.8%**。“更接近钢”和“与钢精确吻合”，是强度完全不同的两种结论。

500 kHz 为什么不把窗口继续拉到 80 μs ？ 因为 73 μs 附近还有一个较强的包络峰。窗口一旦伸进下一个波包，程序就会改选另一个峰，测量对象也就变了。先在图上看清目标波包，程序才知道该量哪一段。

是不是只挑了最像钢的两组？ 主例选 200 kHz，是因为它的激励和首个机械波包最容易讲清楚，也与课堂上 200 kHz 的模式示例衔接得上；500 kHz 用来演示重复计算。下一节会把其余频率全部列出——既不藏起对不上的数据，也不会让质量较差的数据和主例享有同等的证据分量。

11 全频率检查记录

下表为**未滤波、去均值、Hilbert 包络峰**的结果。除 100 kHz 外，都对首个可辨早包使用局部窗口；后三列保留的精度只为复现计算，不代表同等可信度。

f / kHz	接收窗口 / μs	t_a / μs	t_r / μs	TOF / μs	cg / m/ms
100	早包不清晰	—	—	—	不作主判断
200	55–80	12.4875	71.0375	58.5500	5.124
300	57–74	8.5000	71.1125	62.6125	4.791
400	58–73	6.4500	68.8875	62.4375	4.805
500	58–69	5.3125	65.0875	59.7750	5.019
600	58–75	4.5375	68.7875	64.2500	4.669
700	58–75	4.0000	67.0000	63.0000	4.762
800	58–75	3.6250	66.8000	63.1750	4.749
900	58–75	3.0875	65.7875	62.7000	4.785
1000	58–75	2.8000	66.0750	63.2750	4.741

数据质量应该怎样解释

200 kHz: 所选早波包没有出现平顶削波，适合做主例；但整条记录稍晚处仍有局部削顶，所以也不能说整段信号都是干净的。

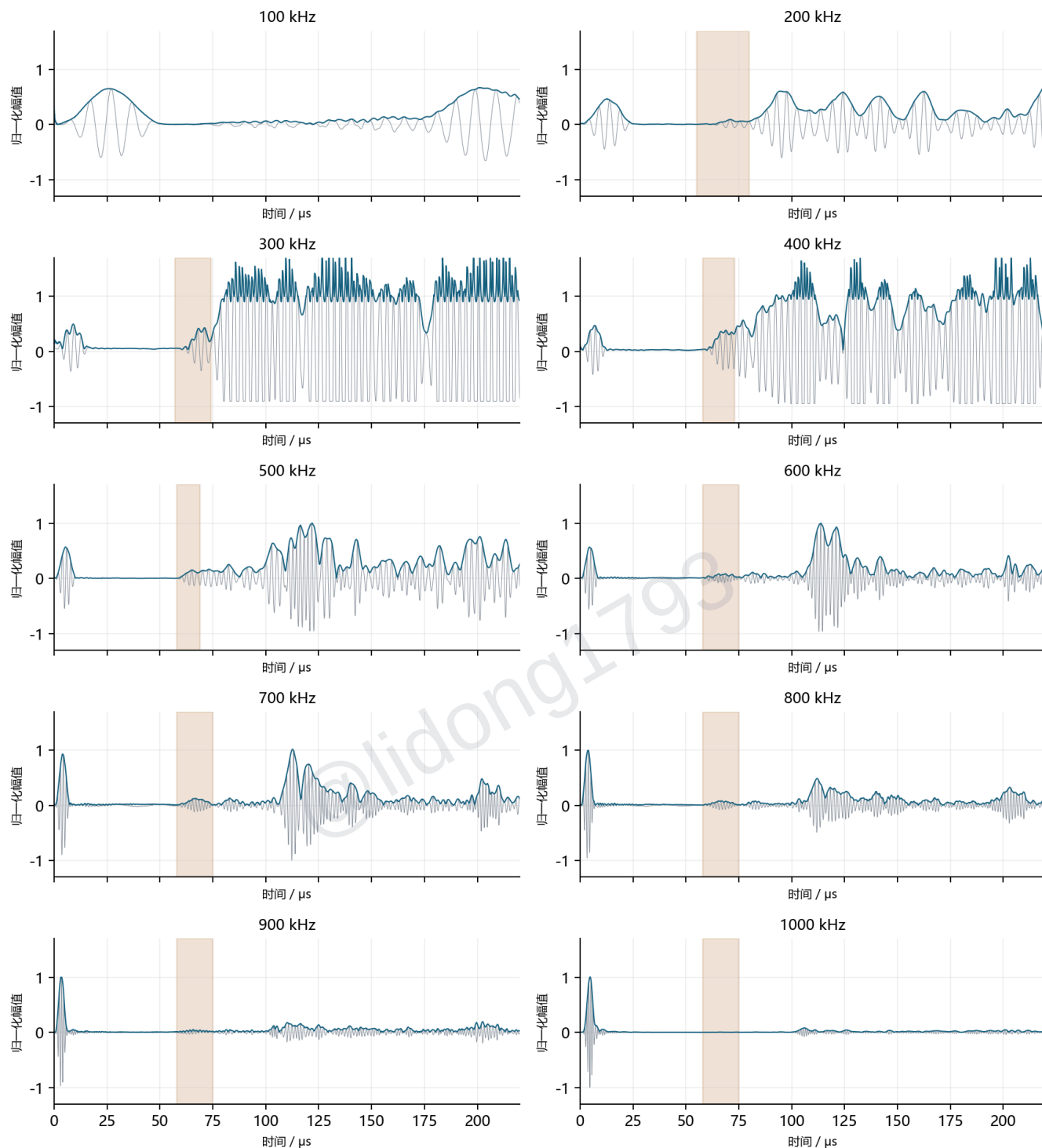
300、400 kHz: 所选早包本身没有削顶，但后段明显饱和，正负峰大面积削平。Hilbert 变换是在整段记录上做的，后段削顶仍可能带来影响。这两组只作为观察保留、适当降权；注意别把后段的饱和误说成早波包削了顶。

600–900 kHz: 早包偏弱且有多个局部峰，算出的速度整体偏低。坚持同一套定义才能把差异暴露出来；不能给不同频率随意加减延迟，硬把结果贴到钢曲线上。

1000 kHz: 早到的机械响应非常弱，同步串扰占主导，峰位估计不可靠。**100 kHz:** 在不引入材料假设的前提下选不出同样清晰的早包——与其填一个看似精确的 S_0 数字，不如留空。

晚到强包一定是 A_0 吗？ 未必，反射同样是晚到的。按题目 1 mm 板的曲线估算，200 kHz 的 A_0 预计约在 143–146 μs 到达；所以这段数据里约 95 μs 的强包，不能因为它是“第二个大包”就认定是 A_0 。这个预计范围是用来检验解释是否自洽的，不是反过来挑峰证明材料的依据。路径和模态没有分清时，如实写一句“后续波包模态未唯一确定”就好。

12 十组原始记录放在一起看



灰色是原始接收信号，蓝色是包络，浅色窗口是本笔记采用的早包搜索范围。每幅图各自归一化，横轴只显示 0–220 μs 的局部（原始记录长约 409.6 μs ）。观察时重点看波包的**时序、分离程度和形状**，不要比较不同子图的归一化高度。

13 用 MATLAB 自己复现主例

准备好同一频率的发射与接收 CSV 数据，将下面代码中的 dataDir 改成数据文件夹路径后运行。hilbert 需要 Signal Processing Toolbox；也可用等价的 FFT 方法求包络。

```
clear; clc;
dataDir = './signals';
fs = 80e6; % 80 MHz, 单位为 Hz
L = 0.3; % 两传感器间距, 单位为 m

a = readmatrix(fullfile(dataDir, '1-2_200kHz_Actuator.csv'));
s = readmatrix(fullfile(dataDir, '1-2_200kHz_Sensor.csv'));
a = a(:); s = s(:); % 一行样本转换为一列
a = a-mean(a); s = s-mean(s);
t = (0:numel(a)-1)/fs*1e6; % 时间轴, 单位为  $\mu\text{s}$ 
Ea = abs(hilbert(a));
Es = abs(hilbert(s));

wa = find(t>=0 & t<=50); % 包住发射脉冲
[~,j] = max(Ea(wa));
ia = wa(j); % 窗口内位置转回全记录索引
wr = find(t>=55 & t<=80); % 先看图, 再确定首个机械包
[~,j] = max(Es(wr));
ir = wr(j);

ta = t(ia); tr = t(ir);
TOF_us = tr-ta;
cg = L/(TOF_us*1e-6); % 换成秒后再求 m/s
fprintf('ta=%.4f us, tr=%.4f us\n', ta, tr);
fprintf('TOF=%.4f us, cg=%.3f m/s\n', TOF_us, cg);

subplot(2,1,1);
plot(t,a,t,Ea); xlim([0 35]); grid on;
xlabel('Time (us)'); legend('Actuator','Envelope');
subplot(2,1,2);
plot(t,s,t,Es); xlim([50 82]); grid on;
ylim(1.25*max(Es(wr))*[-1 1]); % 放大早波, 避免全局幅值压扁它
xlabel('Time (us)'); legend('Sensor','Envelope');
```

应得到 $ta = 12.4875 \mu\text{s}$, $tr = 71.0375 \mu\text{s}$, $TOF = 58.5500 \mu\text{s}$, $cg = 5123.826 \text{ m/s}$ 。

[~,j] = max(...) 在做什么？ max 一次返回最大值和它的位置。这里用 ~ 丢掉幅值，只留位置 j。注意 j 只是窗口内的序号，必须写 `ir = wr(j)` 换回原记录索引，才能读到正确的时间。

运行得到一个数就够了吗？ 不够。还要对照图检查选中的是不是同一个包、峰位是否贴到窗口边缘；程序不能替代你对模态的判断。

14 计算中的误差和自查方法

1 先检查数量级

间距 0.3 m、 S_0 速度约 5000 m/s，耗时大概应在 **60 μ s 上下**。如果算出 0.06 μ s、60 ms 或几乎为零，先去查单位和串扰。这一步只是用来抓明显错误的，不是要把真实数据硬凑成 60 μ s。

2 区分采样分辨率和实际准确度

采样间隔只有 0.0125 μ s，单挪一个采样点，数值变化很小。可包络上常有若干个相邻凸起，选哪一个不同，差出来就是 1–3 μ s，远大于采样间隔。

距离 L 固定、误差不大时， $|\delta c|/c \approx |\delta \text{TOF}|/\text{TOF}$ 。TOF $\approx 58.55 \mu$ s 下，1 μ s 的时间误差约合 **1.7%** 的速度误差；而 200 kHz 下两种候选材料的 S_0 预计 TOF 只差约 **2.1 μ s**。所以，选峰的物理依据比小数点后留几位重要得多。

3 轻微移动窗口是否换包

把 200 kHz 的窗口小幅移动（前提是不碰到别的波包），目标峰应稳定在约 71 μ s。要是窗口稍改、结果就跳到别处，先回原图看看是不是包络重叠了。绝不能只留下最贴近某种材料的那个窗口结果。

4 滤波可以辅助观察，但要报告

带通滤波可以压低目标频带外的噪声，平滑能抹去包络上的毛刺，但两者都会改变波形处理过程。如果用了，就要记录频带、阶数、是否零相位，以及滤波前后的峰位。主表用的是未滤波结果，方便从原始附件复现；课堂解题也不必先上复杂滤波。

5 对系统偏差保持具体

部分高频早包比钢曲线慢，可能与波包畸变、有限宽金属条与理想板模型的差异、实际有效路径或别的测量因素有关。**现有记录分不清是哪一种，也没有依据把差异直接归到某个固定的电子延迟上**。若有机会重做实验，可以改变传感器间距，用“距离差 $\div$ 传播时间差”检验速度，并实测通道延迟和传感器的有效位置。

怎样作有意义的验算？ 笔记里用两种方式互相印证同一个 TOF：时刻相减与样本间隔相乘；再检查五周期激励中心是否合理，用 500 kHz 完整重走一遍流程，同时保留其他频率的偏差。附带的 Python 程序还核对过 FFT 包络与 SciPy Hilbert 包络的一致性。这些验证的对象是程序和计算，实验模型本身的不确定性并不会因此消失。

15 英文解答参考与中文说明

下面这段可以当作作业答案的英文表达参考。提交时请附上你自己复现的信号图与读图依据，并保留结果适用的范围。

Suggested solution

The time of flight was estimated from the difference between the envelope-peak times of the actuator signal and the first identifiable mechanical wave packet in the sensor signal. Both signals were demeaned before calculating their analytic-signal envelopes. The near-synchronous electrical response and later wave packets were excluded from the direct-arrival time window.

For the 200 kHz measurement, the actuator-envelope peak occurs at 12.4875 μs . The sensor-envelope peak in the 55–80 μs window occurs at 71.0375 μs . Therefore,

$$\begin{aligned}\text{TOF} &= 71.0375 - 12.4875 = 58.55 \mu\text{s}, \\ c_g &= 0.3 / (58.55 \times 10^{-6}) \approx 5124 \text{ m/s} = 5.124 \text{ m/ms}.\end{aligned}$$

For the 1 mm thick strip, the frequency–thickness product is 0.2 MHz·mm. The measured early packet is interpreted as the S_0 direct-arrival candidate. At this frequency–thickness product, the supplied S_0 group-velocity curves give approximately 5.15 m/ms for steel and 5.34 m/ms for aluminum. The measured value is closer to steel.

As a cross-check, the 500 kHz early packet gives a TOF of 59.775 μs and a group velocity of approximately 5.019 m/ms, again closer to the supplied steel curve. Thus, **B. Steel is the best-supported choice among the supplied candidates**. Some other frequencies show appreciable deviations from both ideal curves, and several records contain saturation or weak and overlapping arrivals. The result should therefore be described as an experimental best match, rather than an exact agreement at every frequency.

每一段在完成什么

第一段：交代方法。 写清“用包络峰、先去均值、排除串扰和晚到包”，别人才知道你量的是哪段时间。

第二段：给可复核计算。 两个原始时刻、相减过程、0.3 m 距离和单位换算全部列出来。

第三段：完成曲线比较。 写明 $f \cdot d = 0.2 \text{ MHz} \cdot \text{mm}$ ，用 S_0 对 S_0 ，把钢和铝的读图速度一并列出。

第四段：下结论并说明证据强度。 给出 B，再附一个频率的复核，并指出其余数据并非完美吻合。既回答了选择题，也如实呈现了附件里的情况。

16 初学者常见问题与小练习

为什么一只 PZT 发一次，另一只会收到很多包

一次激励会同时激起多个模态；波还会被金属条边界反射，绕更长的路到达接收端。多条路径、多个模态叠在一起，接收图自然比发射图复杂。只按“第几个大峰”就认定模态并不可靠，还要结合到达顺序、波形和预计速度量级来判断。

为什么不用频率本身认材料

激励频率是人选的，铝和钢都能在 200 kHz 下被激励。材料的差别体现在同一频率下的传播特性上，比如同一模态的群速度。换频率，只是为了多拿几个对比点。

波包越大是不是材料越硬

本题得不出这个结论。接收幅值还跟激励强度、传感器耦合、增益、距离、模态和频率有关。文件名里的 1V、25dB 只是采集条件的提示，不是识别材质的直接答案。本题以 TOF 为主，是因为题干明确要求依据传播速度和频散曲线来判断。

需要把 Rayleigh-Lamb 方程从头解一遍吗

不需要。Lecture 4 第 18 页说明了曲线的理论来源，作业也直接给了两种材料的群速度图。弄清模态、横轴频厚积和纵轴单位就能用。自己推理论曲线还要引入材料弹性参数，题目并没有要求增加这些假设。

三道自测题

练习 1：400 kHz、厚度 1 mm，在图上读哪个横坐标？

答案： $400\text{ kHz} = 0.4\text{ MHz}$ ， $f \cdot d = \mathbf{0.4\text{ MHz} \cdot \text{mm}}$ 。

练习 2：发射包络峰 $5\text{ }\mu\text{s}$ 、接收峰 $65\text{ }\mu\text{s}$ 、距离 0.3 m，求速度。

答案： $\text{TOF} = 60\text{ }\mu\text{s}$ ； $cg = 0.3 / (60 \times 10^{-6}) = \mathbf{5000\text{ m/s}}$ 。若直接拿 $65\text{ }\mu\text{s}$ 去除，就是漏掉了参考时刻。

练习 3：另一实验的两只传感器距离 0.2 m，波包从 $10\text{ }\mu\text{s}$ 移到 $50\text{ }\mu\text{s}$ ，是否要把距离乘 2？

答案：如果是两传感器之间的直接传播，用 0.2 m； $\text{TOF} = 40\text{ }\mu\text{s}$ ，速度仍为 $\mathbf{5000\text{ m/s}}$ 。只有实际路径确实往返时，才把往返距离算进去。

学会的标准：你能指着图说清“为什么选中这个包”，并独立完成“样本序号→时间差→速度→频散图位置→材料判断”这条链。只背下答案“钢”，换个频率、距离或厚度就束手无策了。